■ Corrigés (Bien travailler les parties cours et théoriques de ce TP-Cours)

II.2 Méthode de Bessel

• Cf. les schémas qui illustrent le problème p. 2 du TP.
• On souhaite observer, à l'aide d'une lentille convergente $\mathcal{L}_C$ de centre optique O, une image réelle A' sur un écran fixé à la distance $D = \overline{AA'}$ *fixée* d'un objet réel A.
• **Idée :** faire apparaître $x = \overline{OA}$, position de l'objet par rapport à la lentille, comme seule variable possible.
• Puisque $D = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{OA'} - \overline{OA}$, la relation de conjugaison de Descartes $\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'}$ permet d'exprimer $\overline{OA'}$ en fonction de x : $\overline{OA'} = \frac{x.f'}{x+f'}$.
$\rightarrow$ d'où : $D = \frac{x.f'}{x+f'} - x \;\Leftrightarrow\; D.(x+f') = x.f' - x(x+f') \;\Leftrightarrow\; \boxed{x^2 + D.x + f'D = 0}$
• Les racines de ce polynômes doivent être réelles pour avoir une signification physique (x notant une distance algébrique).
Le discriminant de ce polynôme doit donc être positif :
$\Delta = D^2 - 4.Df' = D(D-4f') > 0 \;\Leftrightarrow\; \boxed{D > 4f'}$
• Les racines réelles de ce polynôme sont :

$$\begin{cases} \overline{O_1A} = x_1 = « \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} » = \dfrac{-D+\sqrt{\Delta}}{2} \\ \overline{O_2A} = x_2 = « \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} » = \dfrac{-D-\sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$$

Retenir :
Pour observer, avec une lentille convergente, une image réelle à partir d'un objet réel, il est obligatoire d'imposer une distance entre l'objet et l'écran telle que : $D > 4f'$

Cl : il existe deux positions O_1 et O_2 de la lentilles, symétrique par rapport au plan médiateur de $[AA']$ qui permettent d'obtenir une image réelle de A.

• On en déduit la distance $d = \overline{O_1O_2}$ séparant les deux positions de la lentille qui conduisent à deux images réelles $A'_1B'_1$ et $A'_2B'_2$ à la distance D de l'objet AB :
$d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = x_1 - x_2$ soit : $\boxed{d = \sqrt{\Delta}}$
• Comme $d^2 = D^2 - 4Df'$, la distance focale image f' de $\mathcal{L}_C$ s'exprime en fonction des seules distances d et D : $\boxed{f' = \dfrac{D^2 - d^2}{4D}}$

Complément : L'image $A'_1B'_1$ est réelle, renversée et agrandie par rapport à l'objet AB. Quant à l'image $A'_2B'_2$, elle est réelle, renversée et réduite.
Plus précisément :

$$\left.\begin{aligned} G_{t_1} &= \frac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{D+x_1}{x_1} = \frac{-D+\sqrt{\Delta}}{D+\sqrt{\Delta}} \\ G_{t_2} &= \frac{\overline{A'_2B'_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}} = \frac{D+x_2}{x_2} = \frac{D+\sqrt{\Delta}}{-D+\sqrt{\Delta}} \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{G_{t_1}.G_{t_2} = 1} \rightarrow G_{t_1} = \frac{1}{G_{t_2}}$$

II.3 Méthode de Silbermann

$\boxed{\text{Cas où } D = 4f'}$ — situation où la lentille est dans le plan médiateur de $[A, A']$

$\rightarrow$ alors $O_1 = O_2$, $A'_1B'_1 = A'_2B'_2$, $G_{t_1} = G_{t_2} = -1$, et $\boxed{f' = \dfrac{D}{f'}}$

Rq : Dans ce cas : $\overline{AF} = \overline{FO} = \overline{OF'} = \overline{F'A'} = f'$: on parle de montage « 4f »

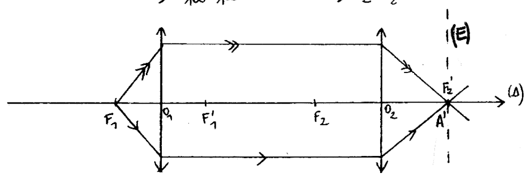
V.1 Méthode de Badal

V) DÉTERMINATION DE LA FOCALE D'UNE LENTILLE DIVERGENTE

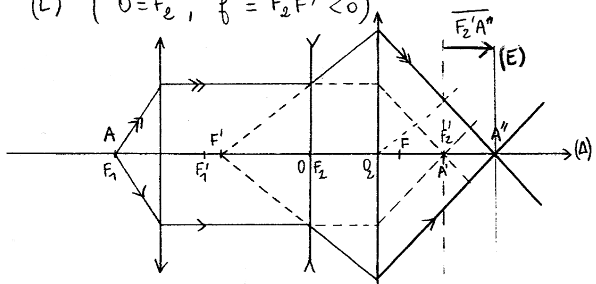
V.1) Méthode de BADAL :

- elle nécessite l'utilisation de DEUX lentilles convergentes auxiliaires.
  L_1 $(O_1, f'_1 = \overline{O_1F'_1} > 0)$ L_2 $(O_2, f'_2 = \overline{O_2F'_2} > 0)$ telles que $\boxed{\overline{O_1O_2} > f'_2}$
  (on ne veut pas O_1 et F_2 confondus !)
- On place AB dans le plan focal objet (Π_1) de (L_1)

$AB \xrightarrow{(L_1)} A_\infty B_\infty \xrightarrow{(L_2)} F'_2B'_2$ $\qquad A \xrightarrow{(L_1)} A_\infty \xrightarrow{(L_2)} A' = F'_2$



- On place une lentille (L) divergente de focale à mesurer ds (Π_2) plan focal objet de (L_2)
  (L) $(\, O = F_2 \,,\; f' = \overline{F_2F'} < 0)$



$A = F_1 \xrightarrow{(L_1)} A_\infty \xrightarrow{(L)} F' \xrightarrow{(L_2)} A''$ $\qquad d \equiv \overline{A'A''} = \overline{F'_2A''} > 0$

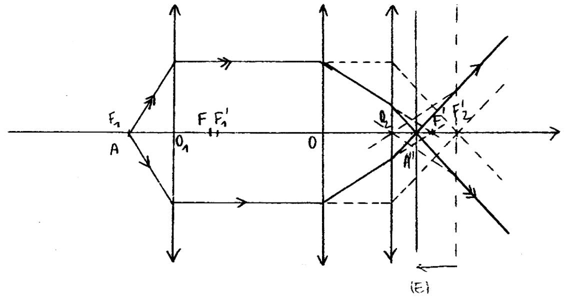
$$\underbrace{\overline{F_2F'}}_{\overline{OF'} = f'} \cdot \overline{F'_2A''} = -f'^2_2 \rightarrow \boxed{f' = -\frac{f'^2_2}{\overline{F'_2A''}} = -\frac{f'^2_2}{d} < 0}$$

Il suffit de connaître la distance focale f_2 et le déplacement algébrique $\overline{F'_2A''}$ dont il a fallu déplacer l'écran pour "récupérer" l'image pour déterminer la distance focale image de la lentille divergente inconnue.

Rque : On généralise la méthode de Badal pour des lentilles convergentes :

On a toujours $f' = -\dfrac{f'^2_2}{\overline{F'_2A''}}$ avec $d = \overline{F'_2A''} < 0$

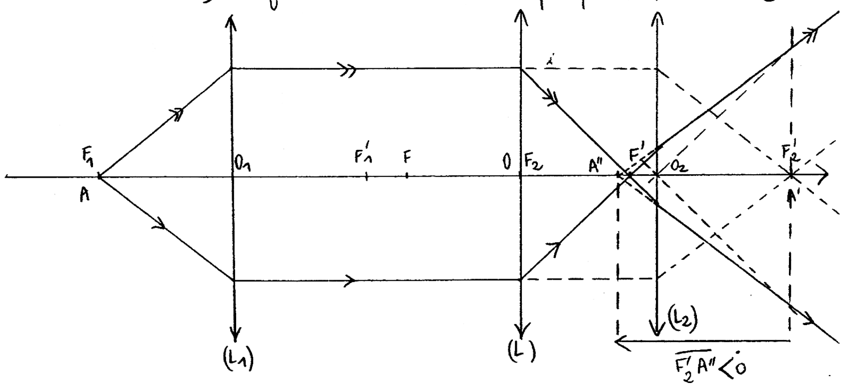
Cette méthode est-elle toujours utilisable ?



<u>On peut recueillir A'' sur un écran</u> tant que A'' est réel donc : $\overline{A''F'_2} < f'_2$

or $\overline{A''F'_2} = -\overline{F'_2A''} = \dfrac{f'^2_2}{f'}$ d'où $\dfrac{f'^2_2}{f'} < f'_2$ soit <u>tant que $f'_2 < f'$</u>

<u>Si $f' < f'_2$</u> alors on ne peut recueillir A'' sur un écran.
→ Il faut utiliser un viseur pour pouvoir mesurer $\overline{F'_2A''}$



<u>Cas où $f' < f'_2$</u>
↳ on ne peut récupérer l'image sur un écran