O4 – LENTILLES MINCES SPHÉRIQUES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS

« Toi finalement, t'as choisi de porter des lunettes... Bon écoute, c'était ça ou des lentilles, toi t'as choisi le slunettes. J'vais te dire : c'est courageux. Non, non, ça te va très bien, c'est pas ce que je veux dire... Je veux dire : c'est courageux d'avoir choisi. Lunettes ou lentilles... Lentilles ou lunettes... Moi j'aurais choisi... Raah ! je sas pas ce que j'aurais choisi. Toi tu te rends compte... Franchement, chapeau ! On te dit : « Tu préfères porter des lunettes ou des lentilles ? » Et toi t'arrives et tu fais : « Des lunettes ». Alors que t'aurais très bien pu dire... « des lentilles ». Non franchement, chapeau ! Pour moi ce genre de situation, c'est l'horreur ! Tu vois, par exemple, toi tu me demanderais ... « tu préfères... », je sais pas moi ... « tu préfères... »... Tiens ! Tu me demanderais, tu préfères avoir des dents en bois ou une jambe en mousse... Je ... Je ... Je... Et toi ?... qu'est-ce que tu préfères : avoir des dents en bois ou une jambe en mousse ? Ah tu vois que c'est pas toujours facile ! Ah il voit bien que c'est pas toujours facile ! »

Pierre PALMADE – *Tu préfères...*

OBJECTIFS

Les lentilles sphériques sont les éléments essentiels de presque tous les instruments d'optique classiques. Les verres de lunettes d'une personne myope sont approximativement des lentilles divergentes. Pour son travail, l'horloger ou le diamantaire utilise une loupe (lentille convergente). Un objectif d'appareil photo est constitué d'une association de lentilles convergentes et divergentes. Tous les oculaires des instruments d'optique sont constitués de lentilles convergentes (et/ou divergentes). L'objectif d'un microscope est une lentille épaisse convergente ... Comme les miroirs sphériques concaves, les lentilles convergentes sont des collecteurs d'énergie lumineuse : beaucoup d'enfants (et de plus grands) ont essayé au moins une fois de faire brûler une feuille de papier en la plaçant au foyer d'une lentille mince convergente (loupe) éclairée par le Soleil !

Objectifs de cette leçon :

- Construction relatives aux lentilles minces sphériques dans le cadre de l'approximation de GAUSS
- Relations de conjugaison pour les lentilles minces sphériques
- Être capable de déterminer l'image d'un objet à travers une lentille mince (nature, taille position) – ou l'objet correspondant à une image donné – par construction géométrique ou calcul algébrique.

I Définition et Propriétés

I.1 Définition

◇ **Définition :** Une lentille sphérique est un système centré constitué de l'association de deux dioptres sphériques, de centres C_1 et C_2 et de sommets S_1 et S_2.

II Tracés d'objets et d'images

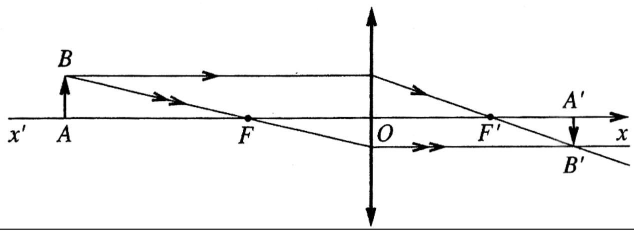
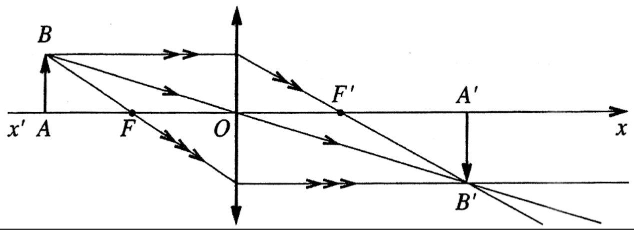
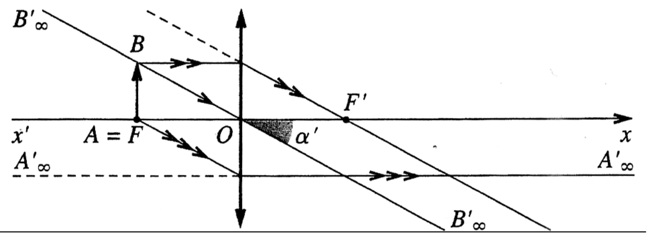
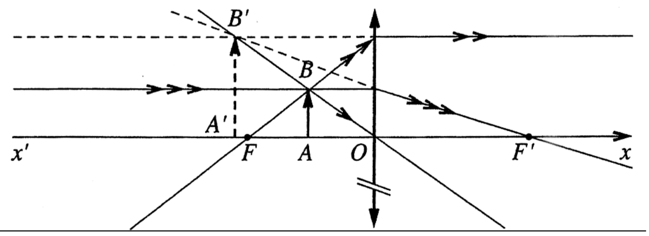
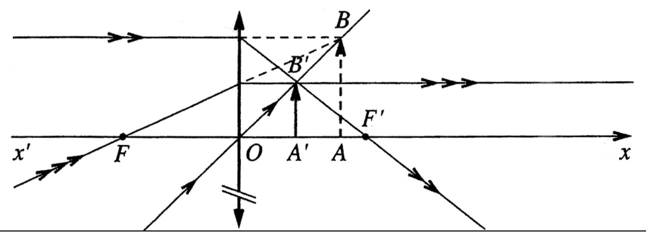
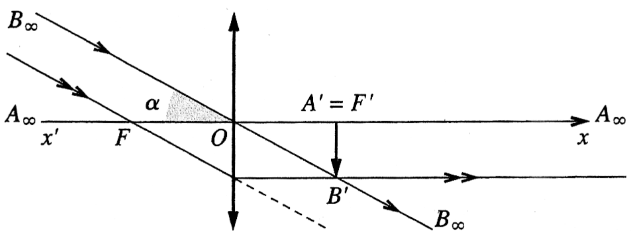
II.1 Rayons utiles

II.2 Exemples

II.3 Tracé d'un rayon transmis associée à un rayon incident quelconque

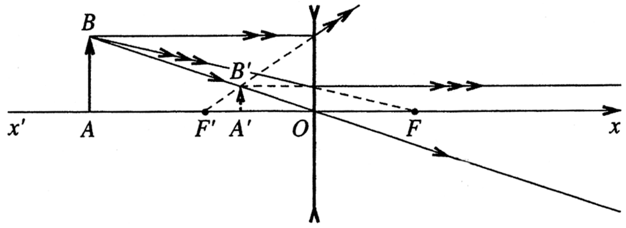
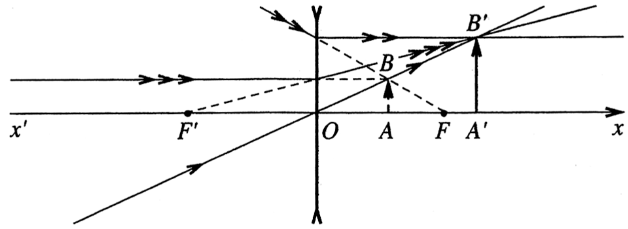
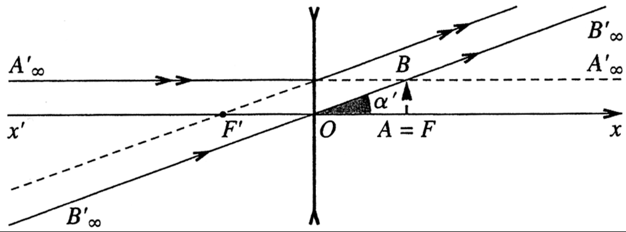
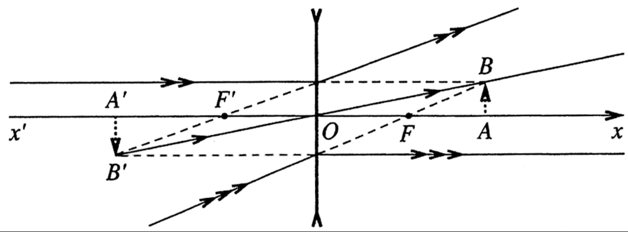
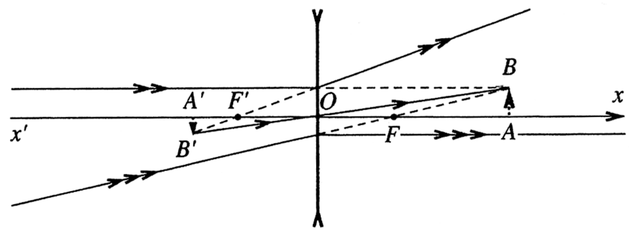
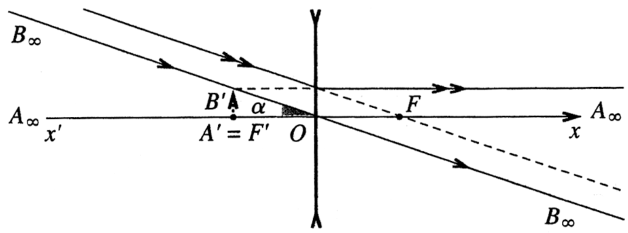
II.4 Lentilles Convergentes

$$\boxed{f' = \overline{OF'} > 0} \text{ et } f = \overline{OF} = -f' < 0$$

Objet	**Image**	**Construction**
réel $-\infty < \overline{OA} < 2f$	réelle $-1 < G_t < 0$ $\rightarrow$ renversée $\rightarrow$ réduite	
réel $2f < \overline{OA} < f$	réelle $-\infty < G_t < -1$ $\rightarrow$ renversée $\rightarrow$ agrandie	
réel $\in (\pi)$ $\overline{OA} = f$ $A = F$	à l'infini $\alpha' = \dfrac{AB}{f}$	
réel entre (π) et la lentille $f < \overline{OA} < 0$	**virtuelle** $1 < G_t < +\infty$ $\rightarrow$ droite $\rightarrow$ agrandie	
virtuel $0 < \overline{OA} < +\infty$	réelle $0 < G_t < +1$ $\rightarrow$ droite $\rightarrow$ réduite	
à l'infini réel ou virtuel $\overline{OA} = \pm\infty$	réelle et dans le plan focal image $\overline{OA'} = f'$ $A' = F'$	

II.5 Lentilles Divergentes

$$\boxed{f' = \overline{OF'} < 0} \text{ et } f = \overline{OF} = -f' > 0$$

Objet	Image	Construction
réel $\overline{OA} < 0$	virtuelle $0 < G_t < +1$ $\rightarrow$ droite $\rightarrow$ réduite	
virtuel entre (π) et la lentille $0 < \overline{OA} < f$	**réelle** $+1 < G_t < +\infty$ $\rightarrow$ droite $\rightarrow$ agrandie	
virtuel $\in (\pi)$ $\overline{OA} = f$ $A = F$	à l'infini $\alpha' = \dfrac{AB}{f}$	
virtuel $f < \overline{OA} < 2f$	virtuelle $-\infty < G_t < -1$ $\rightarrow$ renversée $\rightarrow$ agrandie	
virtuel $2f < \overline{OA} < +\infty$	virtuelle $-1 < G_t < 0$ $\rightarrow$ renversée $\rightarrow$ réduite	
à l'infini réel ou virtuel $\overline{OA} = \pm\infty$	virtuelle et dans le plan focal image $\overline{OA'} = f'$ $A' = F'$	

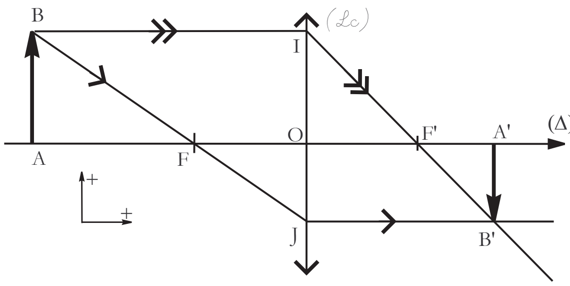
III Relations de conjugaison et grandissement

III.1 Formule de Newton : relation de conjugaison avec origine aux foyers (R.N.)

Rq : Relation établie (non démontrée) graphiquement avec une lentille convergente
... mais la relation obtenue est généralisable aux deux types de lentilles minces !

Triangles homologues :

$$\begin{cases} (FAB, FOJ) & \dfrac{\overline{FA}}{\overline{FO}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OJ}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad (1) \\ (F'OI, F'A'B') & \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (2) \end{cases}$$



(1).(2) $\rightarrow$ $\dfrac{\overline{FA}}{\overline{FO}}.\dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = 1$, soit :

▌Relation de conjugaison avec origine aux foyers / relation de Newton :

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{FO}.\overline{F'O} = -f'^2 \qquad \textbf{(R.N.)}$$

III.2 Relation de Descartes : relation de conjugaison avec origine au centre (F.D.)

On pourrait également parler de relation de conjugaison avec origine « aux sommets » car O, S_1 et S_2 sont pratiquement confondus pour des lentilles minces.

On fait apparaître O : $\begin{cases} \overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f' + \overline{OA} \\ \overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'} = -f' + \overline{OA'} \end{cases}$ puisque : $\overline{FO} = \overline{OF'} = f'$

(R.N.) $\rightarrow (f' + \overline{OA}).(-f' + \overline{OA'}) = -f'^2 + f'\overline{OA'} - f'\overline{OA} + \overline{OA}.\overline{OA'} = -f'^2$
d'où : $f'\overline{OA} - f'\overline{OA'} = \overline{OA}.\overline{OA'}$.

En multipliant membre à membre par $\dfrac{1}{\overline{OA}.\overline{OA'}.f'}$, on obtient la formule de DESCARTES pour les lentilles minces (F.D.) :

▌Relation de conjugaison avec origine au centre / formule de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V \Leftrightarrow \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \qquad \textbf{(F.D.)}$$

avec $p' \equiv \overline{OA'}$ et $p \equiv \overline{OA}$.

Rq : On vérifie la validité de cette relation de conjugaison (pour être sûr de ne pas avoir fait d'erreur de signe) sur deux exemples : on vérifie bien que : $A_\infty \xrightarrow{(\mathcal{L})} F'$ (car alors $\dfrac{1}{\overline{OA_\infty}} = 0$) et que $F \xrightarrow{(\mathcal{L})} A'_\infty$ (car alors $\dfrac{1}{\overline{OA'_\infty}} = 0$).

III.3 Grandissement tranversal

a Origine aux foyer

Cf. **III.1** :

(1) $\longrightarrow$ $\boxed{G_t = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = -\dfrac{f}{\overline{FA}}}$

(2) $\longrightarrow$ $\boxed{G_t = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}}$

b Origine au centre

Pour retrouver le résultat, il suffit de reprendre la figure de **III.1** et de faire intervenir le rayon passant par O qui n'est pas dévié.
En utilisant les deux triangles homologues (OAB, OA'B'), on obtient :

$$\boxed{G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p}}$$