M9 – DYNAMIQUE DANS UN RÉFÉRENTIEL NON GALILÉEN

« Enfermez-vous avec un ami dans la cabine principale à l'intérieur d'un grand bateau et prenez avec vous des mouches, des papillons, et d'autres petits animaux volants. Prenez une grande cuve d'eau avec un poisson dedans, suspendez une bouteille qui se vide goutte à goutte dans un grand récipient en dessous d'elle. Avec le bateau à l'arrêt, observez soigneusement comment les petits animaux volent à des vitesses égales vers tous les côtés de la cabine. Le poisson nage indifféremment dans toutes les directions, les gouttes tombent dans le récipient en dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, et si vous sautez à pieds joints, vous franchissez des distances égales dans toutes les directions. Lorsque vous aurez observé toutes ces choses soigneusement (bien qu'il n'y ait aucun doute que lorsque le bateau est à l'arrêt, les choses doivent se passer ainsi), faites avancer le bateau à l'allure qui vous plaira, pour autant que la vitesse soit uniforme [c'est-à-dire constante] et ne fluctue pas de part et d'autre. Vous ne verrez pas le moindre changement dans aucun des effets mentionnés et même aucun d'eux ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt… »

Galilée – *Dialogue concernant les deux plus grands systèmes du monde* (1632)

OBJECTIFS

• Après avoir vu l'aspect cinématique du problème des changements de référentiels (➜ Cf Cours **M8**), cette leçon aborde son aspect dynamique.
• En première période, on a vu que la première loi de Newton ou **Principe d'Intertie** entraîne que tous les référentiels ne sont pas équivalents et qu'il existe des référentiels privilégiés : les **référentiels galiléens** (➜ Cf Cours **M2** ; §**I**).
Ces référentiels seront donc les « référentiels absolus » et les **référentiels non galiléens** les référentiels « relatifs » (➜ Cf **M8.I.1)**).
• On va donc commencer par préciser la notion de **relativité galiléenne** (➜ Cf §**I.4)**).
• On pourra alors expliciter l'écriture du principe fondamental de la dynamique (**P.F.D.**), du théorème du moment cinétique (**T.M.C.**) et de l'énergie cinétique (**Th.**$\mathcal{E}_k$) pour un point matériel en référentiel non galiléen (➜ Cf **II**).

I Référentiels Galiléens

I.1 Définition de principe :

♢ **Définition :** (à partir de la 1^{e} loi de Newton) Un **référentiel galiléen** est un référentiel dans lequel un point matériel isolé a un mouvement rectiligne uniforme.

$\rightarrow$ Mais on n'a jamais rencontré un système isolé !
… au mieux, pouvons-nous réaliser un système pseudo-isolé et alors constater que dans certains référentiels, cela conduit à une vitesse constante (du centre de masse G).
Ce qui est vérifié dès lors que $m\,\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}}$ s'écrit : $m\,\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}$.

I.2 Définition pratique/expérimentale :

♢ **Définition :** (à partir de la 2^{e} loi de Newton)
Un référentiel $\mathcal{R}_g$ est galiléen si l'application du **P.F.D.** appliqué à un point M de masse m :

$$\boxed{m\,\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{F}}$$

permet de prévoir une évolution confirmée par l'expérience.

I.3 Propriété de tous les référentiels galiléens

• Soit M (pseudo-) isolé. Supposons qu'on l'étudie dans 2 référentiels galiléens $\mathcal{R}_g$ et $\mathcal{R}'_g$.

Alors le **P.F.D.** donne, dans $\mathcal{R}_g$ et $\mathcal{R}'_g$: $\left\{\begin{array}{lcl} m\,\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} & = & \overrightarrow{0} \\ m\,\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}'_g}} & = & \overrightarrow{0} \end{array}\right.$

Or, nous avons vu dans la leçon précédente (➜ Cf Cours **M8.IV**) que :

$$\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}'_g}} + \overrightarrow{a_e}(M) + 2\overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}'_g/\mathcal{R}_g} \times \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}'_g}}$$

D'où, pour tout point M pseudo-isolé : $\overrightarrow{a_e}(M) + 2\overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}'_g/\mathcal{R}_g} \times \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}'_g}} = \overrightarrow{0}$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{lcll} \overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}'_g/\mathcal{R}_g} & = & \overrightarrow{0} & : \mathcal{R}'_g \text{ et } \mathcal{R}_g \text{ sont en translation l'un par rapport à l'autre.} \\ \overrightarrow{a_e}(M) & = & \overrightarrow{0} & : \ldots \text{et cette translation doit être rectiligne uniforme.} \end{array}\right.$$

Propriété :
• **Tous** les référentiels galiléens sont en **translation rectiligne uniforme** les uns par rapport aux autres ; et donc par rapport à l'un d'entre eux.

• *Dit autrement :* **Si** un référentiel galiléen est connu, **tous** les autres s'en déduisent par translations rectilignes uniformes.

I.4 Principe de relativité de Galilée

Ce principe est une conséquence de la propriété précédente. Soit un point M soumis à $\overrightarrow{F}$ dans $\mathcal{R}_g$ et à $\overrightarrow{F'}$ dans $\mathcal{R}'_g$. Par application du **P.F.D.** dans $\mathcal{R}_g$ et dans $\mathcal{R}'_g$, on obtient :

$$m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{F} \quad \text{et} \quad m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}'_g}} = \overrightarrow{F'}$$

Comme $\mathcal{R}_g$ et $\mathcal{R}'_g$ sont en translation l'un par rapport à l'autre : $\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}'_g}} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F'}$

Propriété :
• Les forces issues des interactions fondamentales sont les mêmes **dans tous** les référentiels **galiléens**.

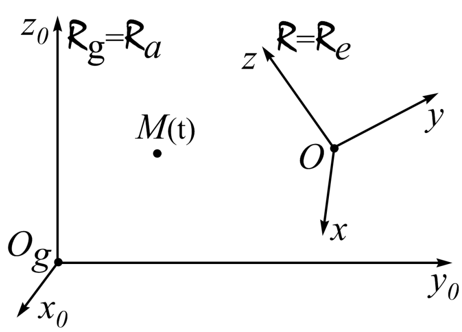
• *Dit autrement :* Si M est soumis à $\overrightarrow{F}$ dans un référentiel **galiléen** $\mathcal{R}_g$, alors il est soumis à $\overrightarrow{F'} = \overrightarrow{F}$ dans tout autre référentiel galiléen $\mathcal{R}'_g$.

• *Dit autrement :* **Les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.**

Csqce : Il est impossible de distinguer un référentiel galiléen d'un autre à l'aide des lois de la physique.

II P.F.D. et Théorèmes dans un référentiel non galiléen

II.1 Principe fondamental de la dynamique



• Dans un référentiel galiléen, le **P.F.D.** pour $\mathcal{S} = \{M, m\}$ s'écrit :

$$m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{F}$$

• Soit $\mathcal{R}$ un référentiel **non** galiléen : il possède un mouvement d'entraînement par rapport à $\mathcal{R}_g$ qui conduit à la loi de composition des accélération : $\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_C}$, c'est-à-dire :

$$\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} + \overrightarrow{a_e}(M) + \overrightarrow{a_C}(M)$$

• Dès lors, le **P.F.D.** dans $\mathcal{R}_g$ peut encore s'écrire sous la forme :

$$m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{F} \quad \Leftrightarrow \quad m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} + m\overrightarrow{a_e}(M) + m\overrightarrow{a_C}(M) = \overrightarrow{F}$$

• On peut donc étudier le mouvement de $\mathcal{S} = \{M, m\}$ dans $\mathcal{R}$ et lui associer une relation fondamentale de la dynamique adaptée à la nature non galiléenne de $\mathcal{R}$ en écrivant :

$$\boxed{m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{F} - m\overrightarrow{a_e}(M) - m\overrightarrow{a_C}(M)}$$

◇ **Définition :** On définit les **pseudo-forces** ou **forces d'inertie** deux termes homogènes à une force « vraie » :

- la **force d'inertie d'entraînement** : $\boxed{\overrightarrow{F_{ie}} = -m.\overrightarrow{a_e}(M)}$

- la **force d'inertie de Coriolis** : $\boxed{\overrightarrow{F_C} = -m.\overrightarrow{a_C}(M)}$

❏ **Méthode 1.— Comment exprime-t-on la force d'inertie d'entraînement ?**
On revient à la propriété de l'accélération d'inertie d'entraînement comme accélération du point coïncidant :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{ie}} = -m.\overrightarrow{a_e}(M) = -m.\overrightarrow{a_{M^*/\mathcal{R}_g}}}$$

où M^* est le **point coïncidant** associé à M étudié dans $\mathcal{R}$, c'est-à-dire :
- le point qui est **fixe** dans $\mathcal{R}$, le **référentiel relatif** (ici, non galiléen)
- qui coïncide avec M...
- ...à l'instant t

❏ **Méthode 2.— Comment exprime-t-on la force d'inertie de Coriolis ?**
On revient à la définition de l'accélération (d'inertie) de Coriolis :

$$\boxed{\overrightarrow{F_C} = -m.\overrightarrow{a_C}(M) = -2m.\overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_g} \times \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}}$$

où :
- $\overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_g}$ est le **vecteur rotation** du référentiel non galiléen $\mathcal{R}$ par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$
- $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ est la vitesse du point M dans le **référentiel relatif** (ici, non galiléen).

▮**P.F.D. dans un référentiel non galiléen :** Pour un point matériel M, de masse m, étudié dans un référentiel $\mathcal{R}$ non galiléen (relativement à un référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$), la relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$m.\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{F} + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{F_C} \quad \text{avec :} \begin{cases} \overrightarrow{F} = \sum_i \overrightarrow{F}_{i\to M} & \text{la résultante des \textbf{forces « vraies »}} \\ \overrightarrow{F_{ie}} = -m.\overrightarrow{a_e}(M) & \text{la \textbf{force d'inertie d'entraînement}} \\ \overrightarrow{F_C} = -m.\overrightarrow{a_C}(M) & \text{la \textbf{force de d'inertie de Coriolis}} \end{cases}$$

II.2 Théorème de l'énergie cinétique

Méthode : On multiplie scalairement par $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ chaque membre du **P.F.D.** appliqué à $\{M, m\}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ non galiléen :

$$m.\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{F} + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{F_C} \longrightarrow m\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} \cdot \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} + \overrightarrow{F_{ie}} \cdot \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} + \overrightarrow{F_C} \cdot \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$$

On reconnaît la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique de M dans $\mathcal{R}$, la puissance de la résultante des forces « vraies »ainsi que celle des forces d'inertie :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}mv^2_{M/\mathcal{R}}\right) = \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F}) + \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F_{ie}}) + \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F_C})$$

Comme $\overrightarrow{F_C} = -2m.\overrightarrow{\Omega}_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_g} \times \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ est par propriété du produit vectoriel un vecteur toujours orthogonal au vecteur vitesse relative $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$, on en déduit que $\mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F_C}) = \overrightarrow{F_C}.\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = 0$ à chaque instant.

▮Propriété de la force de Coriolis :
• La force d'inertie de Coriolis étant toujours othogonale à la vitesse, sa puissance est nulle. On dit que **« la force de Coriolis ne travaille pas »**.

$$\mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F_C}) = \overrightarrow{F_C}.\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = 0 \quad \xrightarrow{\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\mathrm{d}t}} \quad \delta W(\overrightarrow{F_C}) = \overrightarrow{F_C}.\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = 0$$

• *Dit autrement :* la force de Coriolis ne participe jamais à l'augmentation ou à la diminution de vitesse du point M dans $\mathcal{R}$.

▮Théorème de la Puissance cinétique dans un référentiel non galiléen : La dérivée temporelle de l'énergie cinétique évaluée dans $\mathcal{R}$ est égale à la puissance des forces qui travaillent dans $\mathcal{R}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{k/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F}) + \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F_{ie}}) \quad \text{avec} \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F}) & \text{puissance des forces « vraies »} \\ \mathcal{P}_{/\mathcal{R}}(\overrightarrow{F_{ie}}) & \text{puissance de la force d'inertie d'entraînement} \end{array} \right.$$

En multipliant chaque terme par $\mathrm{d}t$, on en déduit le théorème de l'énergie cinétique dans $\mathcal{R}$.

▮Théorème de l'Énergie cinétique dans un référentiel non galiléen : Deux expressions selon qu'on s'intéresse à un déplacement élémentaire de M (pendant une durée élémentaire $\mathrm{d}t$) ou à un déplacement fini entre M_1 et M_2 (pendant une durée finie $\Delta t = t_2 - t_1$) :

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_{k/\mathcal{R}} = \delta W(\overrightarrow{F}) + \delta W(\overrightarrow{F_{ie}}) \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\mathcal{E}_{k/\mathcal{R}, M_1\to M_2} = W(\overrightarrow{F}) + W(\overrightarrow{F_{ie}})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathrm{d}\mathcal{E}_{k/\mathcal{R}} & \text{variation élémentaire de l'énergie cinétique de } M \text{ entre } t \text{ et } t+\mathrm{d}t \\ \delta W(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F}.\mathrm{d}\overrightarrow{OM} & \text{travail élem. des forces « vraies » fourni à } M \text{ pendant la durée } \mathrm{d}t \\ \delta W(\overrightarrow{F_{ie}}) = \overrightarrow{F_{ie}}.\mathrm{d}\overrightarrow{OM} & \text{t. élem. de la force d'inertie d'entraînement fourni à } M \text{ pendant } \mathrm{d}t \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta\mathcal{E}_{k/\mathcal{R}} = \mathcal{E}_k(M_2) - \mathcal{E}_k(M_1) & \text{variation de l'énergie cinétique de } M \text{ entre les points } M_1 \text{ et } M_2 \\ W(\overrightarrow{F}) = \displaystyle\int_{M_1}^{M_2} \delta W(\overrightarrow{F}) & \text{travail des forces « vraies » fourni à } M \text{ pendant la durée } \Delta t \\ W(\overrightarrow{F_{ie}}) = \displaystyle\int_{M_1}^{M_2} \delta W(\overrightarrow{F_{ie}}) & \text{t. de la force d'inertie d'entraînement fourni à } M \text{ pendant } \Delta t \end{array} \right.$$

II.3 Théorème de l'énergie mécanique

Si certaines forces (qu'elles soient « vraie » ou d'inertie d'entraînement) sont **conservatives**, alors leur travail, indépendant du chemin suivi par M, s'exprime en fonction de l'énergie potentielle : $\delta W_C = -\mathrm{d}\mathcal{E}_p$, et le **Th.**$\mathcal{E}_k$ devient, en distinguant les forces non plus en terme forces/pseudo-forces mais en terme de forces conservatives/non conservatives :

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_{k/\mathcal{R}} = \delta W(\overrightarrow{F}) + \delta W(\overrightarrow{F_{ie}}) = \delta W_C + \delta W_{NC} = -\mathrm{d}\mathcal{E}_p + \delta W_{NC}$$

▮**Théorème de l'énergie mécanique dans un référentiel non galiléen :** il s'exprime de la même manière que dans un référentiel galiléen :

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_{m/\mathcal{R}} = \delta W_{NC} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{k/\mathcal{R}} + \mathcal{E}_p \ \text{, où} \quad \mathcal{E}_p = \sum_i \mathcal{E}_{p_i}$$

est la somme de toutes les formes d'énergies potentielles, qu'elles correspondent à des forces « vraies » *conservatives* ou bien à une force d'inertie d'entraînement *conservative*.

Cas particulier : POur un **système conservatif**, c'est-à-dire **si** *toutes* les forces sont conservatives ou bien ne travaillent pas (comme $\overrightarrow{F_C}$), on peut écrire : $\delta W(\overrightarrow{F}) = -\mathrm{d}\mathcal{E}_{p0}$ et $\delta W(\overrightarrow{F_{ie}}) = -\mathrm{d}\mathcal{E}_{p_{ie}}$. Le **Th.**$\mathcal{E}_m$ s'écrit alors :

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_m = \delta W_{NC} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{E}_m = \text{Cte} \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{E}_{k/\mathcal{R}} + \mathcal{E}_{p0} + \mathcal{E}_{p_{ie}} = \text{Cte}$$

De plus, **si le système est unidimensionnel** (ne dépendant, par exemple, que de la variable x), les positions d'équilibre et leurs natures s'obtiennent en étudiant les dérivées d'ordre 1 et d'ordre 2 de $\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_{p0} + \mathcal{E}_{p_{ie}}$:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_p}{\mathrm{d}x}\right)_{(x_e)} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_e \text{ est une position d'équilibre}$$
$$\left(\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{E}_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{(x_e)} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_e \text{ est une position d'équilibre stable}$$

II.4 Théorème du moment cinétique

Méthode : pour établir le théorème du moment cinétique dans un référentiel non galiléen, on dérive par rapport au temps le moment cinétique de M, évalué en O, dans le référentiel non galiléen $\mathcal{R}$.

- Ainsi, à partir de $\overrightarrow{L_{O/\mathcal{R}}}(M) = \overrightarrow{OM} \times m\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$, on établit :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_{O/\mathcal{R}}}(M)}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} \times m\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} + \overrightarrow{OM} \times m\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}(M)}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}}$$

- Dans le cas le plus général : $\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} - \overrightarrow{v_{O/\mathcal{R}}}$
- **Hyp :** On se place dans le cas particulier où O **est fixe dans** $\mathcal{R}$:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_{O/\mathcal{R}}}(M)}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \cancel{\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} \times m\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}} + \overrightarrow{OM} \times m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{F} + \overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{F_C}$$

▮**Théorème du moment cinétique dans un référentiel non galiléen :** La dérivée par rapport au temps du moment cinétique d'un point M, évalué en O, dans le référentiel non galiléen $\mathcal{R}$, est égale à la somme des moment en O des forces, en tenant compte des forces d'inertie :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_{O/\mathcal{R}}}(M)}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}} = \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) + \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F_{ie}}) + \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F_C}) \quad \text{avec } \overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F_i}) = \overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{F_i}$$

II.5 Conclusion

L'ensemble des résultats de la mécanique newtonienne du point matériel peut être utilisé dans un référentiel $\mathcal{R}$ quelconque, **à condition** d'ajouter les effets des forces d'inertie (ou pseudo-forces) à ceux des forces « vraies » (issues des interactions fondamentales entre particules / de la présence des autres corps matériels)

II.6 Forces d'inertie dans un train

Q : « Que se passe-t-il lorsqu'un train freine ? »
Un voyageur dans un train ; disons, pour préciser, qu'il se tient debout sur la plate-forme où s'ouvrent les portières du wagon, à son extrémité avant. Tout naturellement, le voyageur se repérera par rapport au **référentiel du train**, que nous notons $\mathcal{R}$. Le référentiel lié au sol, sur lequel sont posées les voies, s'appellera $\mathcal{R}_g$; pour ce qui nous intéresse, $\mathcal{R}_g$ peut être considéré, à une excellente approximation, comme galiléen.
Commençons — un sportif s'échauffe progressivement — par analyser la situation où le train roule **à vitesse constante sur une voie rectiligne**. Le mouvement de $\mathcal{R}$ par rapport à $\mathcal{R}_g$ se reconnaît dans ce cas comme translation uniforme (vitesse constante en valeur et en direction). Par conséquent, $\mathcal{R}$ se comporte lui aussi comme un référentiel **galiléen**. Le voyageur peut, effectivement, vérifier dans le train le principe fondamental de la dynamique sous sa forme canonique. Il est soumis à deux forces qui se compensent exactement : son poids, vertical, dirigé de haut en bas (attraction de la Terre) ; la réaction qu'exerce sur ses pieds, de bas en haut, le plancher du wagon (nous supposons que le plancher résiste à la force que soumet sur lui le voyageur, par son poids ; sinon, la Société des chemins de fer encourrait de graves reproches). Mais pourquoi, demandez-vous, le plancher ne pousserait-il pas les pieds du voyageur, vers le haut, avec une force supérieure à son poids ? Il le ferait, si un ressort comprimé avait été caché au-dessous, par exemple, et qu'on le libérât soudainement. Mais il ne pourrait s'agir alors que d'une traîtrise des constructeurs, voire d'un attentat. Non ! Notre passager est confortablement installé, et ce n'est que pour se dégourdir les jambes qu'il est venu s'établir provisoirement sur la plate-forme avant de la voiture. Ne subissant pas de force résultante, il ne ressent aucune accélération, ce qui lui permet de stationner, immobile (par rapport au train), sans avoir à se tenir à aucune poignée ni à s'appuyer sur aucune paroi, en conservant la position verticale qu'adopte pareillement, le plus naturellement du monde, le chef de gare d'une station secondaire regardant passer devant lui le train — depuis le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$, cette fois. Le voyageur peut aussi jongler avec son trousseau de clefs, exactement comme fait éventuellement le cheminot resté dans $\mathcal{R}_g$.
Mais voici que, sans crier gare, **le train freine**. L'employé de la compagnie, rivé à $\mathcal{R}_g$, n'en a cure, mais **le passager, tout aussitôt projeté vers l'avant** du train, heurte la paroi du wagon qui limite la plate-forme dans cette direction. Que s'est-il passé ? Comment le voyageur d'une part, puis d'autre part le chef de gare lié au sol, décrivent-ils les phénomènes ? Avant d'expliciter ces analyses, remarquons — on nous croira sans peine — que des phénomènes très analogues, quoique de sens contraire, se manifestent lors du démarrage du train, que nous ne commenterons pas pour éviter des répétitions inutiles.
Commençons par nous mettre à la place du voyageur V, c'est-à-dire choisissons le référentiel $\mathcal{R}$ du train.
Pendant le freinage, le mouvement du train a été accéléré — « décéléré » conviendrait mieux — en sorte que $\mathcal{R}$ **n'est plus resté un référentiel galiléen**. Nous choisirons, pour préciser, le cas le plus simple possible. Une voie toujours rectiligne ; un train toujours en translation par rapport au sol, mais plus d'uniformité : sa vitesse décroît, de sorte que se manifeste une accélération par rapport à $\mathcal{R}_g$; elle est dirigée de l'avant vers l'arrière.
Dans le référentiel $\mathcal{R}$ du train — non galiléen, avons-nous dit — apparaît une **pseudoforce**, qui s'ajoute, dans le premier membre de la pseudo-relation fondamentale de la dynamique — appliquée au voyageur, à nouveau — aux vraies forces que nous avons précédemment recensées : poids du personnage, réaction du plancher. Cette pseudoforce d'entraînement — il n'apparaît pas ici de pseudoforce de Coriolis — est égale au produit de la masse m du quidam par l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a_e}(V)$. Elle est dirigée — **signe moins !** — de l'arrière du train vers l'avant ; elle rompt brusquement l'équilibre — confortable, pour le voyageur, puisqu'il lui permettait de se maintenir debout — entre son poids et la réaction du plancher. Plus exactement, les deux vraies forces continuent à se compenser, mais le personnage est sollicité, **dans le référentiel accéléré** $\mathcal{R}$, par la pseudoforce d'entraînement, qui le projette vers l'avant : son accélération $\overrightarrow{a_{V/\mathcal{R}}}$ dans $\mathcal{R}$ est de même sens que la pseudoforce, dirigée vers l'avant. Il suffit d'ailleurs d'écrire l'expression du pseudo-principe fondamental de la dynamique pour trouver que $\overrightarrow{a_{V/\mathcal{R}}}$ est tout simplement l'opposée de l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a_e}(V)$

— mesurée, elle, dans $\mathcal{R}_g$. Étant accéléré par rapport à $\mathcal{R}$, le voyageur s'y met obligatoirement en mouvement : entraîné vers l'avant, il titube et ne peut se ressaisir qu'en se plaquant sur la paroi avant de la plateforme. Si cette nouvelle position — appuyé sur le mur antérieur du wagon — lui permet de se redresser, c'est qu'**une nouvelle** (vraie) **force** y entre en jeu : celle que la cloison avant, verticale, exerce horizontalement sur ses épaules ou sa poitrine. Il faut évidemment, pour que l'immobilité —par rapport à $\mathcal{R}$— soit recouvrée, que cette nouvelle (**vraie**) force compense exactement la **pseudo**force d'entraînement, ramenant à zéro la somme totale des forces et pseudoforces, et donc l'accélération $\overrightarrow{a_{V/\mathcal{R}}}$.

On voit bien sur cet exemple que la pseudoforce se révèle à la fois **fictive** (non vraie) et bien **réelle** (effectivement agissante). Bien réelle parce que le voyageur est concrètement projeté vers l'avant. Fictive parce que rien ni personne ne l'ont tiré ni poussé : la pseudoforce ne tient pas pour origine l'action ou l'influence d'un autre objet, mais le simple fait que le référentiel $\mathcal{R}$ du train cesse tout à coup d'être galiléen. À noter que la « nouvelle force » introduite ci-dessus doit sans hésitation être classée comme **vraie**, quant à elle : elle ne se fait sentir que si le voyageur s'appuie sur la paroi, mais c'est alors celle-ci, bien matérielle, qui le retient de fait.

Une remarque simple mais capitale. **Le principe d'inertie n'est plus vérifié dans le train** dès que celui-ci freine (référentiel $\mathcal{R}$ accéléré) : au tout début, quand le freinage s'amorce, les vraies forces (poids et réaction du plancher) s'équilibrent encore ; pourtant le voyageur ne reste pas au repos — ni en mouvement rectiligne uniforme.

Il est intéressant d'examiner comment le chef de gare, debout sur son quai et raisonnant donc tout naturellement dans le cadre du référentiel $\mathcal{R}_g$ lié au sol, va décrire les **mêmes phénomènes**. **Attention :** l'employé des chemins de fer installé dans son référentiel **galiléen** n'est **pas autorisé à invoquer des pseudoforces** ; seulement, et exclusivement, de vraies forces — et la relation fondamentale de la dynamique.

Avant le freinage, rien d'étrange à signaler. L'observateur ancré sur le sol voit passer devant lui le voyageur, du même mouvement rectiligne uniforme que n'importe quel autre point du train. Il ne trouve rien à redire à ce spectacle compatible avec le principe fondamental de la dynamique : la somme des forces appliquées sur le passager (poids et réaction du plancher) s'annule, et donc aussi son accélération — par rapport à $\mathcal{R}$.

Lorsque s'amorce le **freinage**, le chef de gare constate que le train ralentit. Si l'on analysait les forces, on trouverait évidemment que le wagon subit une force horizontale dirigée vers l'arrière et égale à $M\overrightarrow{a_e}$, expression où M désigne la masse totale du wagon, m comprise ; c'est ce qui, tout naturellement, explique $\overrightarrow{a_e}$, et donne éventuellement sa valeur. Mais, à ce moment initial, c'est toujours une résultante nulle que composent les forces appliquées au voyageur : les forces de freinage agissent sur le train, pas sur ses occupants. En conséquence, **il poursuit son mouvement rectiligne uniforme**. Mais voici que, sa vitesse restant inchangée — celle du train avant freinage —, il rattrape la paroi avant du wagon, dont la vitesse décroît.

Lorsque le personnage a été **plaqué sur la paroi avant**, celle-ci lui fait subir **une force** (vraie), dirigée vers l'arrière, qui s'ajuste pour lui communiquer la **même accélération** $\overrightarrow{a_e}$ que celle que connaît l'**ensemble du wagon**. Il suffit pour cela que la réaction du mur antérieur soit égale à $m\overrightarrow{a_e}$. Or, souvenez-vous : dans le référentiel $\mathcal{R}$, la pseudoforce $-m\overrightarrow{a_e}$, devait être compensée par cette même réaction horizontale. La boucle est donc bouclée : la description donnée dans $\mathcal{R}_g$, à partir du principe fondamental de la dynamique, c'est-à-dire des seules vraies forces, coïncide, *mutatis mutandis*, avec celle que fournit, dans $\mathcal{R}$, le pseudo-principe fondamental de la dynamique, où intervient la pseudoforce d'entraînement.

[Source : Bernard Diu Bénédicte Leclercq, *La Physique mot à mot*, p. 332-335]