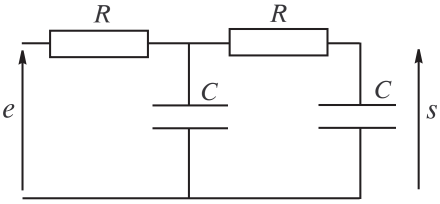
## ■ Filtres passifs



Pour les exercices suivants (**Ex-E5.1-3/5-6**), une méthode possible consiste à (notations de **Ex-E5.2**) :
- exprimer $\underline{Z}$, impédance correspondant à l'association d'impédance entre les bornes $A$ et $B$
- exprimer $\underline{u}_{AB}$ en fonction de $\underline{e}$ (Diviseur de tension avec $\underline{Z}$ entre $A$ et $B$)
- exprimer sur le schéma de départ $\underline{s}$ en fonction de $\underline{u}_{AB}$ (Diviseur de tension)
- de ces deux expressions, éliminer $\underline{u}_{AB}$ et en déduire $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$.

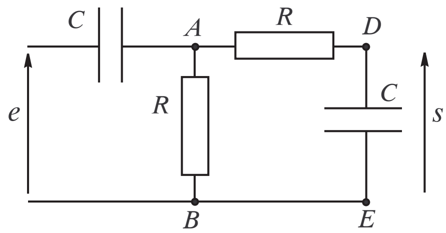
**Ex-E5.1** Étant donné le circuit ci-contre en régime sinusoïal forcé :




**1)** Déterminer la fonction de transfert du filtre.
**2)** En déduire la gain en décibels (on posera $\tau = RC = 10^{-4}\ s$).
**3)** Calculer $\omega_c$, la pulsation de coupure à $-3\ dB$.
**4)** Tracer $G_{dB}$ en fonction de $\log(\omega\tau)$.

**Rép : 1)** $\underline{H} = \dfrac{1}{1 - R^2C^2\omega^2 + j3RC\omega}$ ; **3)** $\omega_c \simeq 3,74.10^3\ rad.s^{-1}$, soit : $f_c \simeq 596\ Hz$.

**Ex-E5.2** On considère le schéma ci-contre :

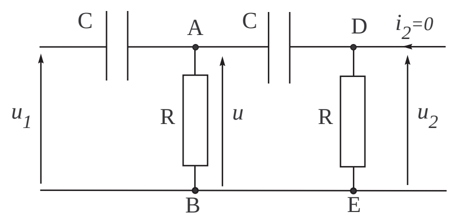



**1)** Établir la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = He^{j\varphi}$ en posant $X = RC\omega$.
**2)** Construire le(s) diagramme(s) de Bode ($G_{dB} = G_{dB}(\log X)$ et $\varphi = \varphi(\log X)$).

**Rép : 1)** $\underline{H} = \dfrac{jX}{1 - X^2 + 3jX}$ ; **2)** Filtre passe-bande de bande-passante $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \dfrac{3}{RC}$.

**Ex-E5.3** **Association en cascade de filtres d'ordre 1**

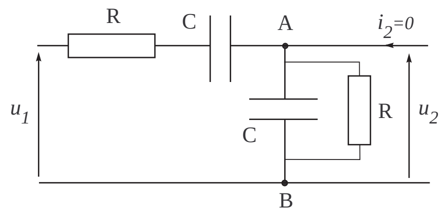
On considère les deux cellules $CR$ du schéma ci-contre :




**1)** Établir la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ en posant $X = RC\omega$.
**2)** Construire le(s) diagramme(s) de Bode ($G_{dB} = G_{dB}(\log X)$ et $\varphi = \varphi(\log X)$).
**3)** Déterminer la fonction de transfert de l'association de *trois* cellules $CR$.

**Rép : 1)** $\underline{H} = \dfrac{(jX)^2}{1 + \dfrac{jX}{Q} + (jX)^2}$ avec $Q = \dfrac{1}{3}$ ; **3)** $\underline{H} = \dfrac{(jX)^3}{1 + 5jX + 6(jX)^2 + (jX)^3}$.

**Ex-E5.4** **Filtre de Wien**




**1)** Établir la fonction de transfert du filtre de Wien utilisé en sortie ouvert ($i_2 = 0$) et la présenter sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{K}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{K}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$$

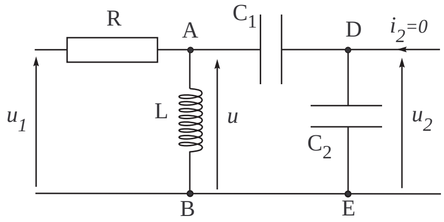
Expliciter les caractéristiques $\omega_0$, $Q$ et $K$ en fonction de ses composants $R$ et $C$.
Quelle est la signification de chacune de ces caractéristiques ?

**2)** Tracer le diagramme asymptotique de BODE de ce filtre.

**Rép : 1)** $K = Q = \dfrac{1}{3}$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ ; **2)** $G_{dB}(\mathsf{ABF}) = 20\log K - 20\log Q + 20\log x = 20\log x$ ; $G_{dB}(\mathsf{AHF}) = 20\log K - 20\log Q - 20\log x = -20\log x$.

## Ex-E5.5 Filtre de Colpitts

**1)** Établir la fonction de transfert du filtre de COLPITTS utilisé en sortie ouvert ($i_2 = 0$) et la présenter sous la forme :




$$\underline{H} = \frac{K}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{K}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$$

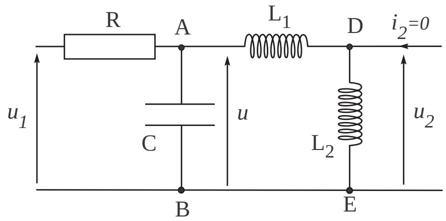
Expliciter les caractéristiques $\omega_0$, $Q$ et $K$ en fonction de ses composants $R$, $L$, $C_1$ et $C_2$. Quelle est la signification de chacune de ces caractéristiques ?

**2)** Tracer le diagramme asymptotique de BODE de ce filtre (pour $Q = 3$ et $Q = \dfrac{1}{3}$).

**Rép : 1)** $K = \dfrac{C_e}{C_2}$ avec $C_e = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$ ; $Q = RC_e\omega_0 = \dfrac{R}{L\omega_0} = R\sqrt{\dfrac{C_e}{L}}$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC_e}}$.

## Ex-E5.6 Filtre de Hartley

**1)** Établir la fonction de transfert du filtre de HARTLEY utilisé en sortie ouvert ($i_2 = 0$) et la présenter sous la forme :




$$\underline{H} = \frac{K}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{K}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$$

Expliciter les caractéristiques $\omega_0$, $Q$ et $K$ en fonction de ses composants $R$, $C$, $L_1$ et $L_2$. Quelle est la signification de chacune de ces caractéristiques ?

**2)** Tracer le diagramme asymptotique de BODE de ce filtre (pour $Q = 3$ et $Q = \dfrac{1}{3}$).

**Rép : 1)** $K = \dfrac{L_1}{L_2}$ ; $Q = RC\omega_0 = \dfrac{R}{L\omega_0} = R\sqrt{\dfrac{C}{L}}$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

## Ex-E5.7 Détermination d'une capacité inconnue

On a réalisé un filtre passe-bas à l'aide d'un condensateur de capacité $C$ et d'une résistance $R = 1\ k\Omega$. La tension d'entrée a la valeur efficace $U_e = 6\ V$.
On a mesuré la tension de sortie $U_s$ en fonction de la fréquence ; d'où le tableau suivant :

| $f\ (Hz)$ | 200 | 500 | $1.10^3$ | $2.10^3$ | $5.10^3$ | $1.10^4$ | $2.10^4$ | $4.10^4$ | $1.10^5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_s\ (V)$ | 5,95 | 5,72 | 5,08 | 3,73 | 1,82 | 0,943 | 0,476 | 0,191 | $95,5.10^{-3}$ |

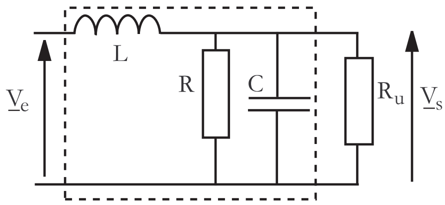
**1)** Tracer le diagramme de BODE en gain de ce filtre (sur une feuille semi-logarithmique).
**2)** Déterminer la fréquence de coupure.
**3)** En déduire la capacité $C$ du condensateur.

E5

## ■ Filtres actifs

**Ex-E5.8**

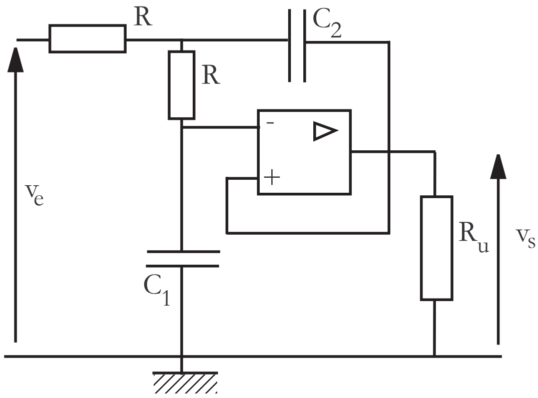
On considère le filtre ci-contre branché sur une résistance de charge $R_u$. Soit $R_1$ la résistance équivalente à $R$ et $R_u$ en parallèle.




**1)** Calculer la fonction de transfert : $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$.

**2)** On suppose $R_u$ infini : comment faut-il choisir $L$ et $C$ en fonction de $R$ et $\omega_0$ pour que $|\underline{H}(j\omega)|$ soit de la forme : $|\underline{H}(j\omega)| = \left(1+\dfrac{\omega^4}{\omega_0^4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ?

On considère maintenant le deuxième filtre ci-contre où l'AO est idéal :




**3)** Calculer la fonction de transfert $\underline{H}'(j\omega)$ de ce filtre.

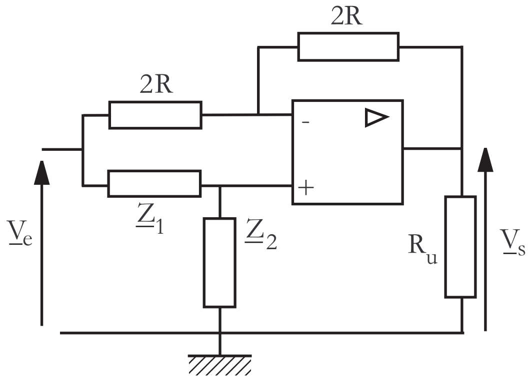
**4)** Comment choisir $C_2$ pour que $|\underline{H}'(j\omega)|$ soit de la forme :

$$|\underline{H}'(j\omega)| = \left(1+\frac{\omega^4}{\omega_0^4}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad ?$$

Quelle est alors la valeur de $\omega_0$ ?

**5)** Quel est l'avantage de ce montage par rapport au précédent ?

**Ex-E5.9** **Filtres déphaseurs**




**1)** Déterminer la fonction de transfert du filtre sachant que l'AO est idéal.

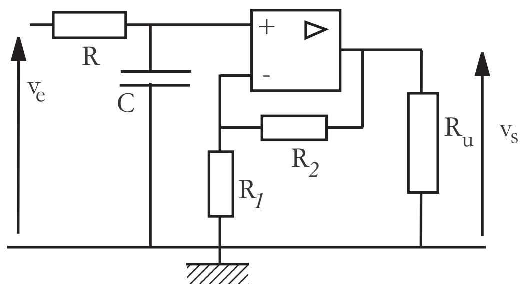
**2)** $\underline{Z}_1$ est une résistance $R$ et $\underline{Z}_2$ un condensateur de capacité $C$.
$\to$ Tracer le diagramme de Bode.

**3)** Même question en échangeant $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$.

**Rép : 1)** $\underline{H} = \dfrac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \dfrac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1}$ ; **2)** $\underline{H} = \dfrac{1-jx}{1+jx} = He^{j\varphi}$ avec $x = RC\omega = \dfrac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow G_{dB} = 0\ dB$ et $\varphi = -2\arctan x$ ; **3)** $G'_{dB} = 0\ dB$ et $\varphi' = \pi - 2\arctan x$.

**Ex-E5.10**

On associe un filtre passe-bas et un AO monté en amplificateur non inverseur (l'AO est idéal et fonctionne en régime linéaire).




**1)** Déterminer la fonction de transfert du filtre. En déduire sa pulsation de coupure $\omega_0$ à $-3\ dB$ et son gain $G_0$ dans la bande-passante.

**2)** Tracer le diagramme de Bode.

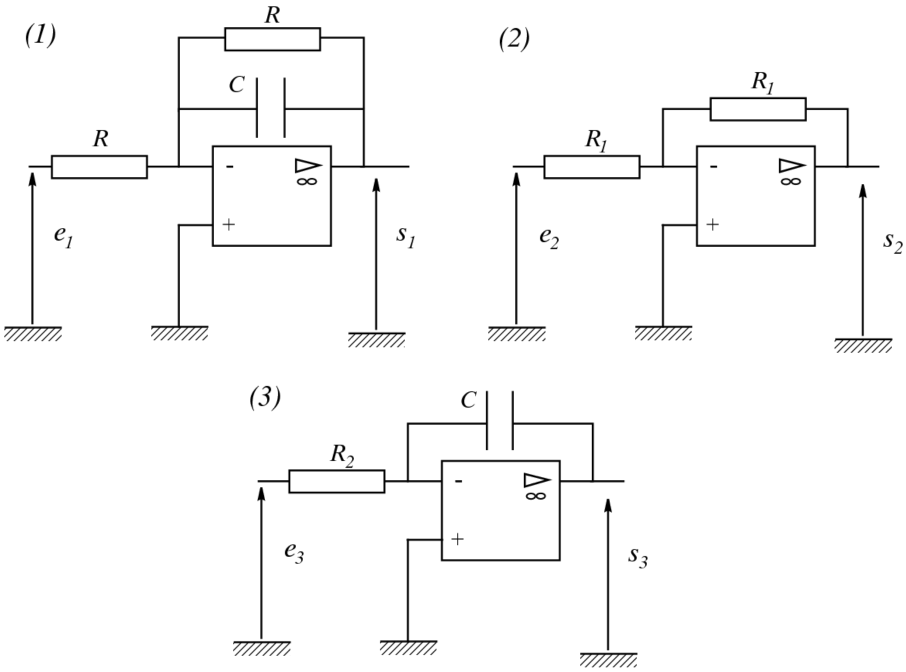
**3)** Calculer les valeurs de $C$ et $R_2$ pour que $f_0$, fréquence propre, soit $1\ kHz$ et $G_0 = 3\ dB$, avec $R = R_1 = 10\ k\Omega$.

**Rép : 1)** $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1+jx}$ avec $H_0 = \dfrac{R_1+R_2}{R_1}$, $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ et $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ ; **3)** $C \simeq 16\ nF$ et $R_2 \simeq 4,1\ k\Omega$.

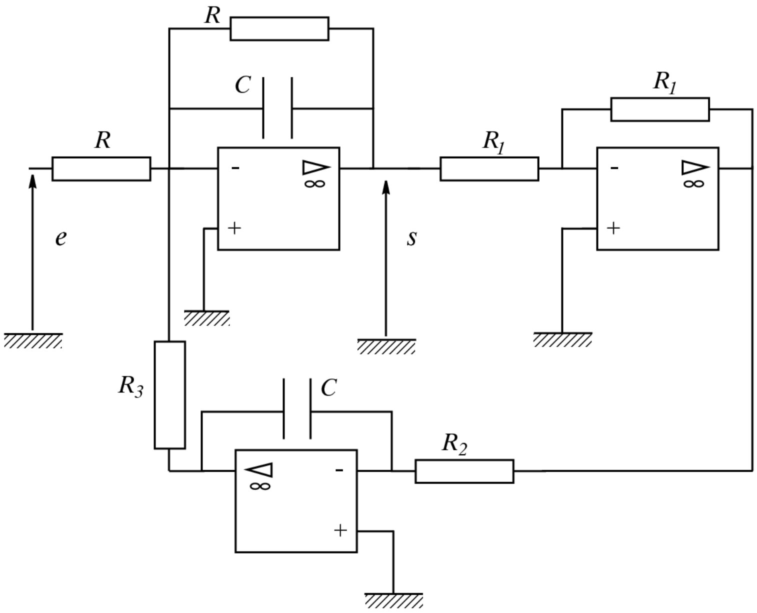
**Ex-E5.11**
(d'après ENSI)

Les amplificateurs opérationnels utilisés sont idéaux.

**1)** Déterminer les expressions de la fonction de transfert de chacun des circuits élémentaires suivants alimentés par une tension sinusoïdale de pulsation $\omega$ :




**2)** Ces montages sont associés pour constituer le filtre ci-dessous. En donner la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$.




**3)** Exprimer le gain en décibel en fonction de $R$, $R_2$, $R_3$ et de $x \equiv \dfrac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite.
On aura au préalable calculé la pulsation de résonance $\omega_0$.

**4)** Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe-bande et en déterminer les fréquences de coupure.

**5)** Tracer la courbe $G_{dB} = f(x)$.

**Rép : 1)** $\underline{H}_1 = \dfrac{\underline{s}_1}{\underline{e}_1} = \dfrac{-1}{1 + jRC\omega}$ ; $\underline{H}_2 = \dfrac{\underline{s}_2}{\underline{e}_2} = -1$ ; $\underline{H}_3 = \dfrac{\underline{s}_3}{\underline{e}_3} = \dfrac{-1}{jR_2C\omega}$ ;

**2)** $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{-1}{1 + j\left(RC\omega - \dfrac{R}{R_2R_3C\omega}\right)}$ de la forme $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$ avec $H_0 = -1$, $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$, $Q = \begin{cases} RC\omega_0 \\ \dfrac{R}{R_2R_3C\omega_0} \end{cases}$ soit $\omega_0 = \dfrac{1}{C\sqrt{R_2R_3}}$ et donc $Q = \dfrac{R}{\sqrt{R_2R_3}}$.

**3)** $G_{dB} = 20\log H = -10\log\left[1 + \dfrac{R^2}{R_2R_3}\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2\right]$ ; **4)** $\Delta\omega = \dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{1}{RC}$

**5)** $G_{dB}(\mathsf{ABF}) = 20\log x - 10\log\dfrac{R^2}{R_2R_3} = 20\log x - 20\log Q$ ;

$G_{dB}(\mathsf{AHF}) = -20\log x - 10\log\dfrac{R^2}{R_2R_3} = -20\log x - 20\log Q$.

**Sources :**

[P1] Dominique Meier (dir.), *Toute la Physique Chimie MPSI PTSI*, Ellipses, 2003.
[P2] Jérôme Perez, *Physique MPSI PCSI PTSI*, Cap Prépa, Pearson Education, 2009 .
[P3] Olivier Fiat, *Toute la physique de Sup MPSI PCSI PTSI*, Belin, 2004.
[P4] Pierre Grécias, Jean-Pierre Migeon, *Physique MPSI PCSI*, Méthodes et Annales, Tec&Doc, Lavoisier, 2009.
[P5] Laurent Desmottes, *La physique simplement MPSI PCSI PTSI BCPST*, Nathan, 2009.
[P6] Julien Barthes, *Physique MPSI PCSI PTSI*, Les recettes de Sup, Ellipses, 2008.
[P7] Cyriaque Cholet, *Physique-Chimie MPSI PCSI PTSI*, Interros des prépas, Nathan, 2005.
[P8] Thibaut Cousin, Hervé Perodeau, *Physique Cours compagnon PCSI*, J'intègre, Dunod, 2009.
[PE1] Bernard Gendreau, Christophe Gripon, *Électrocinétique PCSI MPSI PTSI*, Classe Prépa, Nathan, 2006.
[PE2] Nicolas Lescure, Bruno Mombelli, *Électrocinétique avec Maple et Pspice MP PC*, J'intègre, Dunod, 1998.