

## E4

## ■ Régime forcé sinusoïdal

## Ex-E4/5.1 Circuit RLC Série

1) Considérons le circuit dipolaire RLC série du cours alimenté par une tension sinusoïdale ( $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ ). → Établir que l'équation différentielle qui régit la tension aux bornes de la capacité  $C$  est :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E_0 \cos(\omega t)$$

→ Donner l'expression intrinsèque de cette équation différentielle en fonction de  $Q$ , facteur de qualité et de la pulsation propre  $\omega_0$ .

→ Donner l'expression intrinsèque de cette équation différentielle en fonction de  $\alpha$ , coefficient d'amortissement et de la pulsation propre  $\omega_0$ .

2) Établir que  $u_C(t) = E_0 \left[ \sin(\omega_0 t) - \frac{2\sqrt{3}}{3} \exp\left(-\frac{1}{2}\omega_0 t\right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t\right) \right]$  lorsque le circuit vérifie les quatre conditions suivantes :

(1) le condensateur est initialement déchargé; (2) l'intensité est nulle avant la fermeture de l'interrupteur; (3) la pulsation du générateur est  $\omega = \omega_0$  et (4) le coefficient d'amortissement vaut  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

## Ex-E4.2 Addition de deux signaux de même fréquence

Supposons deux signaux sinusoïdaux  $S_1(t) = S_0 \cos(\omega t)$  et  $S_2(t) = S_0 \sin(\omega t)$ .

→ En utilisant les représentations complexes, calculer la somme  $S(t) = S_1(t) + S_2(t)$ .

→ Préciser l'amplitude et la phase à l'origine de ce signal.

→ Tracer les fonctions  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$  et  $S(t)$ ; vérifier le résultat précédent.

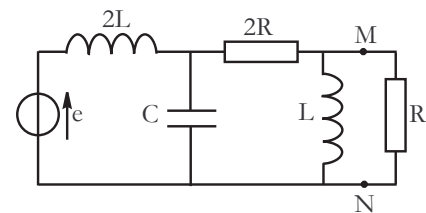
→ Si ces deux signaux sont deux tensions telles que  $S_1(t)$  soit la tension aux bornes d'une résistance  $R$  et  $S_2(t)$  la tension aux bornes d'un second dipôle, en déduire la nature de ce second dipôle.

## Ex-E4.3 Réseau à trois mailles

On considère le réseau à trois mailles indépendantes, représenté ci-contre, alimenté par la source de tension alternative de *f.é.m.* :  $e(t) = E\sqrt{2} \cos \omega t$ .

La fréquence du générateur est réglée de manière à avoir :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} = R.$$



Déterminer toutes les caractéristiques de l'intensité du courant dans la résistance  $R$ .

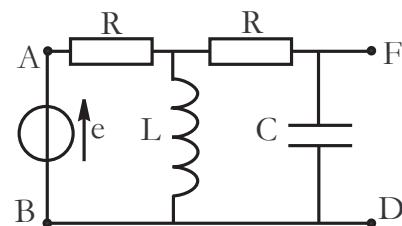
**A. N. :**  $E = 20 \text{ V}$ ;  $R = 10 \Omega$ .

**Rép :**  $i(t) = 0,686 \cos(\omega t - 1,82) \text{ A}$ , où  $1,82 \text{ rad} = 104^\circ$ .

## Ex-E4.4 Modélisation de Thévenin

On considère le circuit suivant alimenté entre  $A$  et  $B$  par une source de tension alternative sinusoïdale de *f.é.m.* :  $e(t) = E\sqrt{2} \cos \omega t$ .

Déterminer les caractéristiques du générateur de tension (modèle de THÉVENIN) équivalent entre  $F$  et  $D$  sachant que  $\omega$  est telle que :  $LC\omega^2 = 1$  et  $RC\omega = 1$



**Rép :**

$$\underline{E}_{Th} = \frac{2-j}{5} \underline{E} \Rightarrow e_{Th}(t) = E\sqrt{\frac{2}{5}} \cos(\omega t - 0,464) \text{ A}, \text{ où } -0,464 \text{ rad} = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) = \arg(2-j).$$

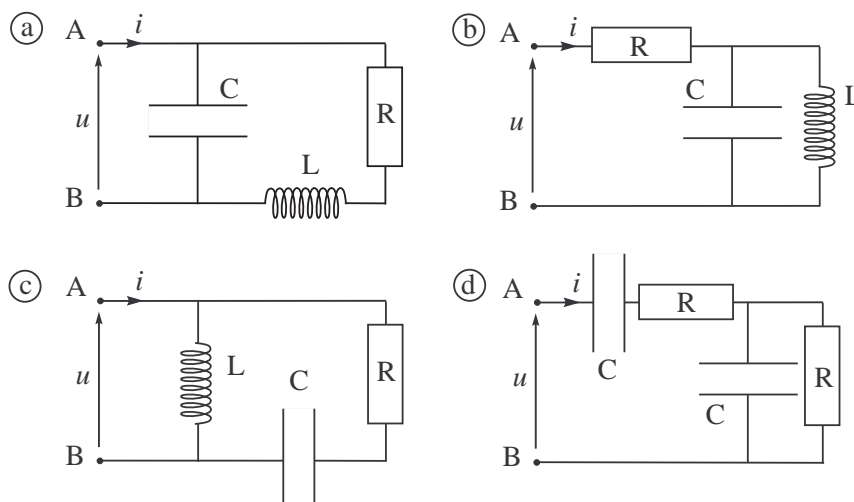
Cette *f.é.m.* est en série avec  $\underline{Z}_{\text{éq}} = R_{\text{éq}} + \frac{1}{jC_{\text{éq}}\omega} \Rightarrow$  soit une résistance  $R_{\text{éq}} = \frac{3R}{5}$  en série avec

une capacité  $C_{\text{eq}} = \frac{5C}{4}$ .

### Ex-E4.5 Calculs d'impédances

Déterminer l'impédance complexe  $\underline{Z}$  du réseau dipolaire entre les bornes  $A$  et  $B$  dans les quatre cas suivants.

En déduire à chaque fois l'impédance réelle  $Z$  ainsi que le déphasage de la tension  $u$  par rapport au courant  $i$ .



### Ex-E4.6 Circuit RLC parallèle en régime sinusoïdal

Exprimer la tension  $u$  aux bornes d'un réseau dipolaire constitué d'une résistance en parallèle avec une bobine en parallèle avec un condensateur en fonction de  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $\omega$  et de  $\underline{i} \equiv I_0 \exp(j\omega t)$  (intensité fournie au dipôle).

Vérifier que l'étude de la résonance en tension  $u$  de ce circuit RLC **parallèle** lorsqu'on applique un courant  $i$  sinusoïdal est identique à celle de la résonance en courant dans le circuit RLC **série**. Exprimer alors  $\omega_0$ , la pulsation propre,  $Q'$ , le facteur de qualité du circuit RLC parallèle ainsi que  $\alpha' \equiv \frac{1}{2Q'}$ , son coefficient d'amortissement.

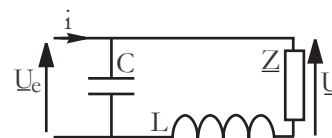
Rép :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q' = RC\omega_0$ .

### Ex-E4.7

1) Exprimer  $\underline{U}$  en fonction de  $\underline{I}$ ,  $\underline{Z}$ ,  $L$ ,  $C$  et  $\omega$ , pulsation du régime sinusoïdal imposé à ce circuit.

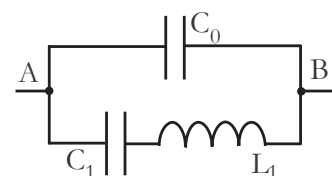
2) À quelle condition sur  $L$ ,  $C$  et  $\omega$ ,  $\frac{\underline{U}}{\underline{I}}$  et le déphasage entre  $\underline{u}$  et  $\underline{i}$  ne dépendent-ils pas de  $\underline{Z}$  ?

Rép : 2)  $LC\omega^2 = 1$ .



Ex-E4.8 On alimente le dipôle  $AB$  avec une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$ . → Déterminer l'impédance complexe de  $AB$ . Tracer  $|\underline{Z}| = Z(\omega)$ , puis montrer que cette courbe présente deux singularités pour les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ).

Rép :  $\underline{Z} = \frac{1 - L_1 C_1 \omega^2}{j[(C_0 + C_1)\omega - L_1 C_1 C_0 \omega^3]}$ .



### Ex-E4.9 Modélisation d'un condensateur réel

On considère un diélectrique imparfait (isolant imparfait) de permittivité complexe  $\epsilon = \epsilon_0(x' - jx'')$  avec  $x'$  et  $x''$  deux réels. C'est l'isolant d'un condensateur de capacité  $C = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} C_0$ .

Ce condensateur est soumis à une tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ .

→ Exprimer l'impédance complexe du condensateur.

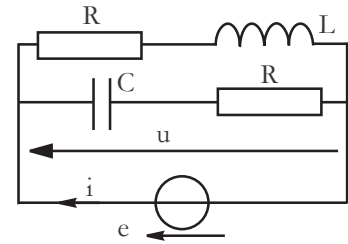
→ En déduire qu'on peut le considérer comme l'association d'un condensateur parfait de capacité  $C$  et d'une résistance  $R$  qu'on exprimera.

**Rép :**  $R$  et  $C$  en parallèle, avec :  $R = \frac{1}{x''C_0\omega}$  et  $C = C_0x'$ .

**Ex-E4.10**

Sachant que  $e = E_m \cdot \cos(\omega t)$ , trouver la condition pour que  $i$  et  $u$  soient en phase quelle que soit  $\omega$ .

**Rép :**  $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ , alors  $\frac{U}{I} = R$ .



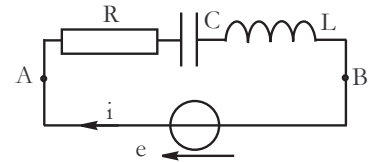
**Ex-E4.11** Puissance électrique (1) On donne :

$R = 10 \Omega$ ,  $L = 100 \mu H$ ,  $C = 200 \mu F$ ,  $\omega = 5.10^6 \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $E_{\text{eff}} = 5 \text{ V}$ .

Déterminer et calculer : l'impédance complexe du dipôle AB, le facteur de puissance et la puissance moyenne dissipée.

**Rép :**  $\cos \varphi = 0,02$  et  $\langle \mathcal{P} \rangle = 1 \text{ mW}$  car :

$$\underline{Z} = R + j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right); \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}; \langle \mathcal{P} \rangle = \frac{R \cdot E_{\text{eff}}^2}{R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

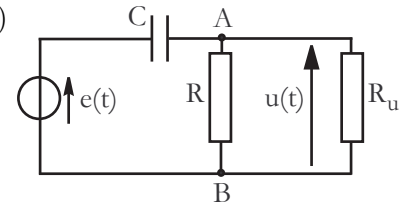


**Ex-E4.12** Réponse harmonique d'un dipôle

Déterminer la réponse harmonique  $u(t)$  du dipôle AB ( $R_u // R$ ) lorsqu'il est soumis à l'excitation sinusoïdale  $e(t) = E_m \cdot \cos(\omega t)$ .

**Rép :**  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$  avec, en posant  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  :

$$U_m = \frac{E_m \omega}{\sqrt{\omega_0^2 + \omega^2}} \text{ et } \varphi = \arctan \frac{\omega_0}{\omega}.$$

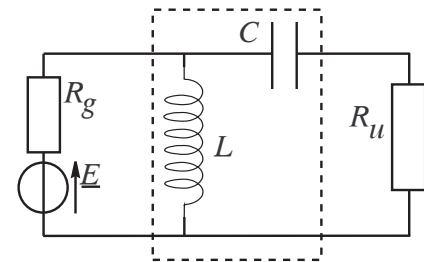


**Ex-E4.13** Adaptation d'impédance (1)

Pour transmettre une puissance maximale du générateur ( $\underline{E}, R_g$ ) à l'impédance de charge (d'utilisateur)  $R_u \neq R_g$ , on intercale entre le générateur et l'utilisateur un quadripôle réalisé avec une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$ .

→ Montrer que le quadripôle permet l'adaptation d'impédance souhaitée lorsque  $R_u < R_g$ .

Calculer  $L$  et  $C$  en fonction de  $R_u, R_g$  et  $\omega$  pulsation du générateur, afin de réaliser un transfert maximal d'énergie.



**Solution Ex-E4.13**

• Le générateur est branché sur un dipôle constitué d'une bobine en parallèle avec un condensateur en série avec une résistance. Appelons  $\underline{Z}$  son impédance équivalente ( $\underline{Z} = jL\omega // (R_u + \frac{1}{jC\omega})$ ).

La puissance moyenne reçue par un condensateur ou une bobine est nulle ( $\langle \mathcal{P}_C \rangle = \langle \mathcal{P}_L \rangle = 0$ ; → Cf Cours E4.V.1 et E4.VI). Le quadripôle intercalé entre le générateur et le récepteur  $R_u$  étant constitué de tels dipôles réactifs, la puissance fournie par le générateur est transmise sans pertes à l'utilisateur ( $R_u$ ).

Donc « chercher la condition de transfert maximal d'énergie entre le générateur et  $R_u$  » revient à chercher la condition de transfert maximal d'énergie entre le générateur et le dipôle d'impédance  $\underline{Z}$ .

Or pour que le générateur fournisse une puissance maximale, il faut qu'il soit branché sur une impédance  $\underline{Z}$  telle que :  $\underline{Z} = \underline{Z}_g^* = R_g$  (condition d'adaptation d'impédance; → Cf E5.V.4)

• Exprimons  $\underline{Z}$  : 
$$\underline{Z} = jL\omega // \left( R_u + \frac{1}{jC\omega} \right) = \frac{jL\omega \left( R_u + \frac{1}{jC\omega} \right)}{R_u + j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}$$

D'où, regroupant termes réels et imaginaires : 
$$\left( R_g R_u - \frac{L}{C} \right) + j\omega \left[ L(R_g - R_u) - \frac{R_g}{C\omega^2} \right] = 0$$

L'égalité à zéro entraîne :  $\frac{L}{C} = R_g R_u$  et  $LC = \frac{R_g}{\omega^2(R_g - R_u)} > 0 \Rightarrow \boxed{R_g > R_u}$

On en déduit : 
$$L = \frac{R_g}{\omega} \sqrt{\frac{R_u}{R_g - R_u}} \quad \text{et} \quad C = \frac{1}{\omega \sqrt{R_u(R_g - R_u)}}$$

**Ex-E4.14 Adaptation d'impédance (2)**

Une installation électrique est alimentée sous une tension efficace  $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ . Elle consomme une puissance  $\mathcal{P} = 12 \text{ kW}$ . La fréquence vaut  $f = 50 \text{ Hz}$  et l'intensité efficace  $I_{\text{eff}} = 80 \text{ A}$ .

1) Sachant que cette installation est du type *inductif*, calculer la résistance  $R$  et l'inductance propre  $L$  qui, placées en série et avec la même alimentation, seraient équivalentes à l'installation.

2) Calculer le facteur de puissance de cette installation. Calculer la capacité  $C$  à placer en parallèle sur l'installation pour relever le facteur de puissance à la valeur 0,9.

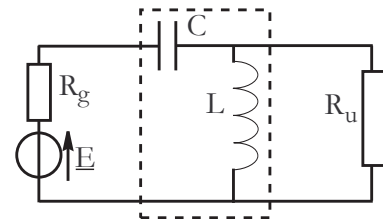
Rép : 1) Établir que  $R = \frac{\langle \mathcal{P} \rangle}{I_{\text{eff}}^2} \simeq 1,9 \Omega$  ;  $L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{U_{\text{eff}}^2}{I_{\text{eff}}^2} - \frac{\langle \mathcal{P} \rangle}{I_{\text{eff}}^4}} \simeq 6,4 \text{ mH}$  ; 2) Astuce :

cos  $\varphi$  peut s'obtenir en exprimant l'admittance  $\underline{Y}$  associée à  $\underline{Z}$  car  $\cos \varphi = \frac{\text{Re}(\underline{Y})}{|\underline{Y}|}$  (→ Cf Cours

E5.V.1). On trouve  $C = \frac{R}{\omega(R^2 + L^2\omega^2)} \left[ \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1} + \frac{L\omega}{R} \right]$ , d'où 2 valeurs possibles pour cos  $\varphi = 0,9$  :  $C_{\text{max}} \simeq 1,23 \text{ mF}$  et  $C_{\text{min}} \simeq 0,46 \text{ mF}$ .

**Ex-E4.15 Adaptation d'impédance (3)**

Pour transmettre une puissance maximale du générateur ( $\underline{E}, R_g$ ) à l'impédance de charge (d'utilisateur)  $R_u \neq R_g$ , on intercale entre le générateur et l'utilisateur un quadripôle réalisé avec une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$ .



→ Montrer que le quadripôle permet l'adaptation d'impédance souhaitée lorsque  $R_u > R_g$ .

Calculer  $L$  et  $C$  en fonction de  $R_u, R_g$  et  $\omega$  pulsation du générateur, afin de réaliser un transfert maximal d'énergie.

Rép :  $L = \frac{R_u}{\omega} \sqrt{\frac{R_g}{R_u - R_g}}$  et  $C = \frac{1}{\omega R_g} \sqrt{\frac{R_g}{R_u - R_g}}$ .

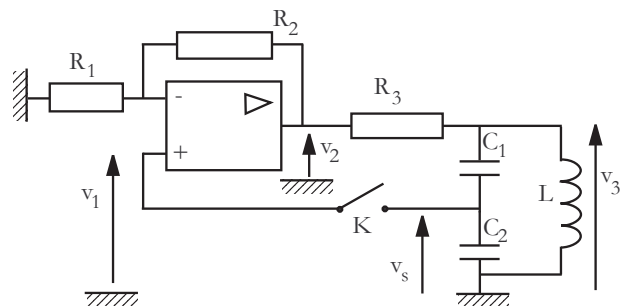
**Ex-E4.16 Oscillateur avec A.O.**

L'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire.

1)  $K$  est ouvert. Exprimer (en supposant que les tensions existent et sont sinusoïdales) :

$$\frac{V_2}{V_1} ; \frac{V_3}{V_2} ; \frac{V_s}{V_3}$$

2)  $K$  est fermé. Déterminer les conditions pour que le montage soit un oscillateur de pulsation  $\omega$ . Exprimer  $\omega$ .



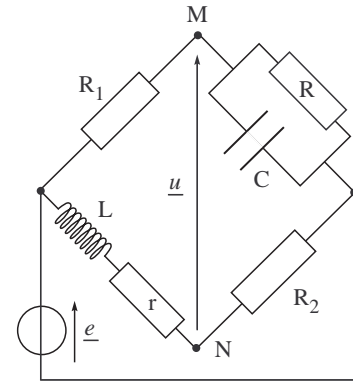
**Ex-E4.17** Équilibre d'un pont en régime sinusoïdal

Le pont ci-contre est alimenté en régime alternatif.

À quelle condition le pont est-il équilibré? c'est-à-dire à quelle condition  $u = 0$ ?

Montrer que l'on peut déterminer  $L$  et  $r$  en fonction de  $C$  et des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R$ .

$$\text{Rép : } u = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = \frac{R_1 R_2}{R} \\ L = R_1 R_2 C \end{cases}$$

**Ex-E4.18** Deux montages déphaseurs

On considère les deux montages suivants alimentés par une tension alternative sinusoïdale  $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$ . L'amplificateur opérationnel est idéal.

1) Dans le premier montage (avec pont), montrer que la tension entre  $M$  et  $N$  :  $v = V\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$  a une valeur efficace indépendante de  $\omega$ .

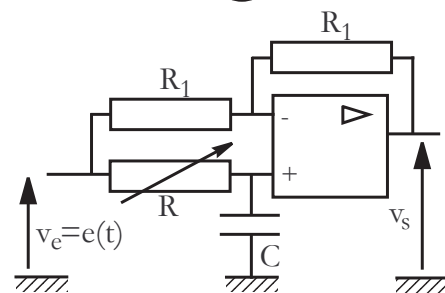
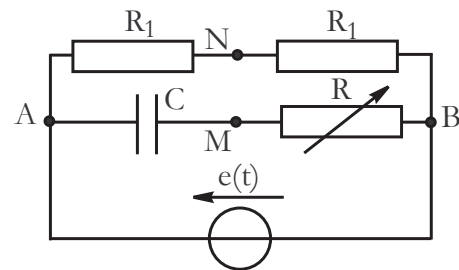
Calculer le déphasage  $\varphi$  et donner ses variations en fonction de  $R$ .

2) Dans le second montage (avec AO), calculer la tension de sortie  $v_s$ .

En déduire la valeur efficace de cette tension et le déphasage  $\varphi$  par rapport à  $v_e$ .

3) Quel rôle jouent ces deux montages?

Rép : 1)  $v = u_{NM} = U_{NM} \cos(\omega t + \varphi)$  avec  $U_{NM} = \frac{1 - jRC\omega}{2(1 + jRC\omega)} E$  soit :  $V = \frac{E}{2}$  et  $\varphi = -2 \arctan(RC\omega)$ . 2)  $V_s = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} V_e$  soit :  $V = E$  et  $\varphi = -2 \arctan(RC\omega)$

**DL n°4 – RLC série : puissance et facteur de qualité**

Un circuit  $(R, L, C)$  série est soumis à une tension alternative sinusoïdale définie par :  $u(t) = U_0 \sin \omega t$ .

On étudie le régime d'oscillations sinusoïdales forcées, à la pulsation  $\omega$ .

1) La pulsation  $\omega$  étant fixée, déterminer la puissance moyenne  $\langle \mathcal{P} \rangle$  dissipée par ce circuit par effet JOULE.

2) Pour quelle valeur  $\omega_o$  de  $\omega$  cette puissance est-elle maximale? A quel phénomène physique correspond cette valeur  $\omega_o$ ?

3) Déterminer les limites  $\omega_{min}$  et  $\omega_{max}$  de l'intervalle de pulsation sur lequel  $\langle \mathcal{P} \rangle$  est au moins égal à la moitié de sa valeur maximale  $\mathcal{P}_0$ .

En déduire l'expression du facteur  $Q = \frac{\omega_0}{\omega_{max} - \omega_{min}}$  en fonction de  $L$ ,  $R$  et  $\omega_o$ .

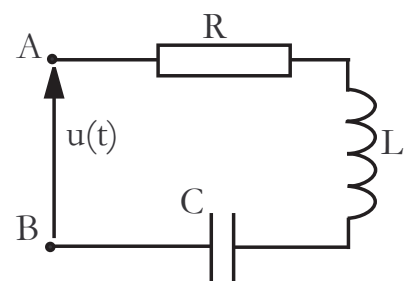
Pour  $L$  et  $C$  fixés, comment  $Q$  varie-t-il avec  $R$ ?

Quel est l'intérêt d'un circuit possédant un facteur  $Q$  élevé?

En déduire une justification de la dénomination : "facteur de qualité" du circuit.

4) Exprimer, en fonction de  $L$ ,  $R$  et  $U_0$ , l'énergie électromagnétique moyenne  $\langle \mathcal{E}_0 \rangle$  stockée, pour la pulsation  $\omega_o$ , dans la bobine ou le condensateur (vérifier que c'est la même).

En déduire une relation entre  $Q$ ,  $\omega_o$ ,  $\langle \mathcal{E}_0 \rangle$  et  $\langle \mathcal{P}_o \rangle$ . Retrouve-t-on, du point de vue énergétique, l'intérêt d'un circuit à  $Q$  élevé?



## DL n°5 : Puissance en régime sinusoïdal forcé

1) Un dipôle est alimenté en régime sinusoïdal forcé par une tension  $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$  avec  $U = 220\text{ V}$  et  $f = 50\text{ Hz}$ .

L'intensité du courant qui le parcourt est alors  $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi)$ .

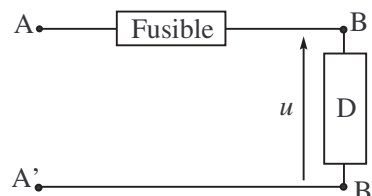
1.a) En fonction de  $U$ ,  $I$  et  $\varphi$ , donner les expressions de :

$\alpha$ ) l'impédance complexe  $\underline{Z}$  et de son module  $Z$  (on notera  $j$  le nombre imaginaire pur tel que  $j^2 = -1$ );

$\beta$ ) la puissance électrique moyenne  $\mathcal{P}_e$  absorbée par le dipôle.

1.b) En déduire l'expression  $\mathcal{P}_e = \frac{U^2}{Z^2}R$ ,  $R$  étant la résistance électrique du dipôle.

2) Un fusible de  $16\text{ A}$  protège une ligne électrique  $\{(A, B)/(A', B')\}$  alimentant en régime sinusoïdal forcé, sous une tension efficace  $U = 220\text{ V}$  et une fréquence  $f = 50\text{ Hz}$ , un dipôle  $D$  assimilable à une bobine d'inductance  $L = 30 \cdot 10^{-3}\text{ H}$  en série avec un dipôle ohmique de résistance  $R$  (fig. ci-contre).



L'intensité efficace maximale admissible dans la ligne est  $I_{max} = 16\text{ A}$ .

Ce dipôle absorbe une puissance électrique moyenne  $\mathcal{P}_e = 2500\text{ W}$ .

La ligne  $\{(A, B)/(A', B')\}$  se comporte comme un dipôle purement ohmique de résistance électrique totale  $R_0 = 1,2\ \Omega$ , fusible compris.

2.a) Calculer les deux valeurs possible  $R_1$  et  $R_2$  de la résistance  $R$  du dipôle  $D$ .

2.b) Pour chaque valeur  $R_1$  et  $R_2$ , calculer l'intensité efficace  $I_1$  et  $I_2$  dans le dipôle  $D$ .

2.c) Déterminer la seule valeur de  $R$  possible compte tenu de la présence du fusible.

2.d) En déduire l'intensité efficace  $I_0$  du courant électrique circulant dans la ligne  $\{(A, B)/(A', B')\}$  et la puissance moyenne  $\mathcal{P}_0$  dissipée par effet JOULE dans cette ligne.

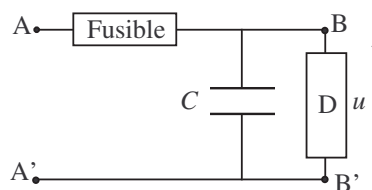
3) On ajoute, en parallèle sur le dipôle  $D$ , un condensateur de capacité  $C = 130,4 \cdot 10^{-6}\text{ F}$ .

3.a) calculer les intensités efficaces :

$\alpha$ )  $I_D$  dans le dipôle  $D$ ;

$\beta$ )  $I_C$  dans le condensateur;

$\gamma$ )  $I'_0$  dans la ligne.



3.b) Déterminer la puissance  $\mathcal{P}'_0$  dissipée par effet JOULE dans la ligne.

3.c) Comparer  $\mathcal{P}'_0$  et  $\mathcal{P}_0$ . Conclure sur l'intérêt de ce condensateur.

**Rép :** 2.a)  $R_1 = 7,5\ \Omega$  et  $R_2 = 11,9\ \Omega$ ; 2.b)  $I_1 = 18,5\text{ A}$  et  $I_2 = 14,5\text{ A}$ ; 2.d)  $\mathcal{P}_0 = \langle \mathcal{P}_J \rangle = 2750\text{ W}$ ; 3.a)  $I_D = 14,5\text{ A}$ ;  $I_C = 9,0\text{ A}$ ;  $I'_0 = 11,4\text{ A}$ ; 3.b)  $\mathcal{P}'_0 = 2654\text{ W}$ .

### Solution DL n°5

1)  $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$ ,  $U = 220\text{ V}$  et  $f = 50\text{ Hz}$ ;  $i(t) = I_0\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi)$ .

$$1.a.\alpha) \underline{U} = \underline{Z}I \rightarrow \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{I} = \frac{U\sqrt{2}}{I_0\sqrt{2}e^{j\varphi}} \rightarrow \underline{Z} = \frac{U}{I_0}e^{-j\varphi}$$

1.a. $\beta$ )

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \langle u(t)i(t) \rangle = \langle U\sqrt{2}\cos(2\pi ft)I\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi) \rangle = 2UI_0 \langle \frac{1}{2}(\cos(4\pi ft + \varphi) + \cos \varphi) \rangle$$

$$\rightarrow \mathcal{P}_e = \langle \mathcal{P} \rangle = UI_0 \cos \varphi$$

$$1.b) \mathcal{P}_e = UI_0 \cos \varphi \text{ et } I = \frac{U}{Z}. \text{ Par ailleurs : } \cos \varphi = \cos(\arg(\underline{Z})) = \frac{\mathcal{R}_e(\underline{Z})}{Z} \equiv \frac{R}{Z}.$$

$$\text{D'où : } \mathcal{P}_e = \frac{U^2}{Z^2}R.$$

2)  $\mathcal{P}_e = 2500 \text{ W}$  et  $L = 30 \text{ mH}$ .

De plus :  $\mathcal{P}_e = \frac{U^2}{Z^2} R = \frac{U^2 R}{R^2 + L^2 \omega^2}$ .

2.a) D'où :  $\mathcal{P}_e R^2 - U^2 R + L^2 \omega^2 \mathcal{P}_e = 0$

Polynôme de degré 2 de discriminant :

$\Delta = \ll b^2 - 4ac \gg = U^4 - 4L^2 \omega^2 \mathcal{P}_e^2$

On vérifie que  $\Delta \simeq 121,9 \cdot 10^6 \text{ V}^4 > 0$

Ce qui signifie que le polynôme admet deux solutions réelles :

$$\begin{cases} R_1 = \ll \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \gg = \frac{U^2 - \sqrt{\Delta}}{2\mathcal{P}_e} \rightarrow R_1 \simeq 7,5 \Omega \\ R_2 = \ll \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \gg = \frac{U^2 + \sqrt{\Delta}}{2\mathcal{P}_e} \rightarrow R_2 \simeq 11,9 \Omega \end{cases}$$

2.b)  $I_0 = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \rightarrow$  deux intensités possibles :

Si  $R = R_1$ ,  $I_0 = I_1 \simeq 18,3 \text{ A}$  et si  $R = R_2$ ,  $I_0 = I_2 \simeq 14,5 \text{ A}$ .

2.c/d) Puisque le fusible impose  $I_0 < 16 \text{ A}$ ,

on en déduit que  $R = R_2 \simeq 11,9 \Omega$  et  $I_0 = I_2 \simeq 14,5 \text{ A}$ .

D'où :  $\mathcal{P}_0 = \ll \mathcal{P}_J \gg = \frac{1}{2} R_{tot} I_m^2 = (R_0 + R) I_0^2 = 2750 \text{ W}$ .

3)  $Z_e = \frac{1}{\frac{jC\omega}{jC\omega} + R + jL\omega} = \frac{R + jL\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$

$$\underline{U} = \begin{cases} \frac{1}{jC\omega} I_C \\ (R + jL\omega) I_D \\ Z_e I'_0 \end{cases}$$

De plus :  $C = 130,4 \mu\text{F}$  et  $R = R_2 \simeq 11,9 \Omega$ .

3.a.α)  $\rightarrow I_D = |I_D| = \frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \simeq 14,5 \text{ A}$ .

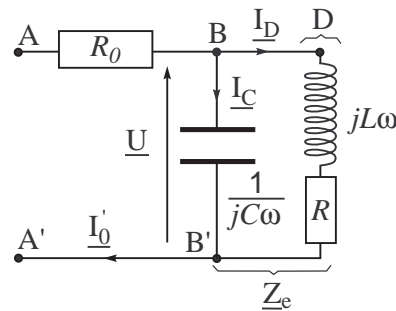
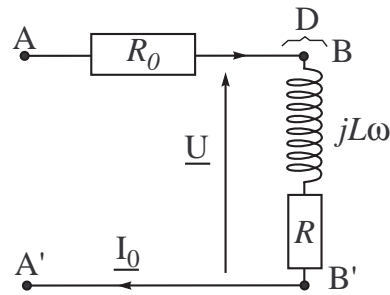
3.a.β)  $\rightarrow I_C = |I_C| = C\omega U \simeq 9,0 \text{ A}$ .

3.a.γ)  $\rightarrow I'_0 = |I'_0| = \frac{U}{Z_e} = \frac{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}{R^2 + L^2 \omega^2} \simeq 11,4 \text{ A}$

3.b)  $\mathcal{P}'_0 = \ll \mathcal{P}'_J \gg$  est la puissance dissipée par effet JOULE dans la ligne au niveau de la résistance  $R_0$  parcourue par l'intensité efficace  $I'_0$  et de la résistance  $R = R_2$  parcourue par l'intensité efficace  $I_D$ . D'où :

$\mathcal{P}'_0 = R_0 I_0'^2 + R_2 I_D^2 \simeq 2654 \text{ W}$

3.c)  $\mathcal{P}'_0 < \mathcal{P}_0$  : l'ajout du condensateur permet de faire baisser les pertes par effets JOULE en faisant diminuer l'intensité efficace dans la ligne ( $I'_0 < I_0$ ).



**Sources :**

- [P1] Dominique Meier (dir.), *Toute la Physique Chimie MPSI PTSI*, Ellipses, 2003.
- [P2] Jérôme Perez, *Physique MPSI PCSI PTSI*, Cap Prépa, Pearson Education, 2009 .
- [P3] Olivier Fiat, *Toute la physique de Sup MPSI PCSI PTSI*, Belin, 2004.
- [P4] Pierre Grécias, Jean-Pierre Migeon, *Physique MPSI PCSI*, Méthodes et Annales, Tec&Doc, Lavoisier, 2009.
- [P5] Laurent Desmottes, *La physique simplement MPSI PCSI PTSI BCPST*, Nathan, 2009.
- [P6] Julien Barthes, *Physique MPSI PCSI PTSI*, Les recettes de Sup, Ellipses, 2008.
- [P7] Cyriaque Cholet, *Physique-Chimie MPSI PCSI PTSI*, Interros des prépas, Nathan, 2005.
- [P8] Thibaut Cousin, Hervé Perodeau, *Physique Cours compagnon PCSI*, J'intègre, Dunod, 2009.
- [PE1] Bernard Gendreau, Christophe Gripon, *Électrocinétique PCSI MPSI PTSI*, Classe Prépa, Nathan, 2006.
- [PE2] Nicolas Lescure, Bruno Mombelli, *Électrocinétique avec Maple et Pspice MP PC*, J'intègre, Dunod, 1998.